

OTIMIZAÇÃO DAS LEIS DE MANOBRAS DE COMPORTAS  
DOS CIRCUITOS DE ENCHIMENTO E ESGOTAMENTO  
DE ECLUSAS DE NAVEGAÇÃO

**Luiz Rafael Palmier**

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL.

APROVADA POR:



Prof. Bela Petry, M.Sc. (Presidente)



Prof. Podalyro Amaral de Souza, Ph.D.



Prof. Rui Carlos Vieira da Silva, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

FEVEREIRO DE 1990

PALMIER; LUIZ RAFAEL

Otimização das Leis de Manobra de Comportas dos Circuitos de Enchimento e Esgotamento de Eclusas de Navegação (Rio de Janeiro) 1990

XVIII, 170 p. 29.7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc., Engenharia Civil, 1990)

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE

1. Escoamentos Transitórios em Condutos Forçados

I. COPPE/UFRJ

II. Título (série).

Ao meu Pai, Felício Benevides Palmier  
e à memória de minha Mãe, Delza Rafael Palmier

## AGRADECIMENTOS

Ao Mestre Bela Petry, orientador Incessante e incansável, pela amizade, confiança, e conhecimentos transmitidos.

Às minhas irmãs Beatriz, Lucia, Denise e Virgínia, e à minha tia Lourdinha, pelo apoio e estímulo irrestritos.

Ao meu primo Alberto, que contribuiu, com interesse e disposição, para realização de algumas etapas do trabalho.

Aos Professores Wrobel, Kelman e Luís Alfredo, e ao Engenheiro Canholl, pelas sugestões apresentadas para melhor execução deste trabalho.

Aos Professores Podalyro e Rui, pela participação na Banca de Tese, e recomendações para redação final do trabalho.

Aos Professores Canedo, Roldão e Jonatas, pelos ensinamentos adquiridos durante os cursos oferecidos.

À CAPES, pelo suporte financeiro durante o curso.

Aos amigos Carlos Eduardo, Evandro, Letícia, Lina, Ricardo, Valéria, Luciene, Nelson, Otto e Ana Paula, pela convivência em um ambiente de ajuda mútua.

Aos amigos Célio, Assis, Sagrilo, Wainório, Bogarin, Sandro, Mário, Paulinho, Gray, José Antonio, Rafael, Zacharias, Humberto, Dudu, entre outros, companheiros do Laboratório de Computação, onde trabalhamos, sofremos, mas também nos divertimos.

Aos amigos Andréa, Nelson G. P., Luís, Kadinho, Paulo Leão, Márcia, Paraízo e Kadu, pelo incentivo constante.

RESUMO DA TESE APRESENTADA À COPPE/UFRJ COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.).

OTIMIZAÇÃO DAS LEIS DE MANOBRA DE COMPORTAS  
DOS CIRCUITOS DE ENCHIMENTO E ESGOTAMENTO  
DE ECLUSAS DE NAVEGAÇÃO.

*Luiz Rafael Palmier*

Fevereiro de 1990

Orientador: Bela Petry

Programa: Engenharia Civil

Este trabalho de tese tem como objetivo o desenvolvimento de uma metodologia para otimização de leis de manobra de comportas dos circuitos de enchimento e esgotamento de eclusas de navegação, com base na Teoria da Otimização.

Tendo por objetivo último a obtenção de um modelo matemático aplicável a qualquer eclusa, foi desenvolvido um modelo representativo de situações em que a aeração do escoamento pelo aqueduto não é permitida, e as comportas de controle do escoamento podem ser acionadas com qualquer velocidade, limitada a um valor máximo.

O modelo tem por princípio a determinação da lei de manobra das comportas que minimiza o tempo de enchimento ou esgotamento da câmara da eclusa, sujeito às restrições devidas ao controle da cavitação, à máxima velocidade ascensional do nível d'água e a máxima velocidade de abertura ou fechamento das comportas.

Utiliza-se uma técnica de linearizações sucessivas, associada à programação linear, para a resolução do problema. O modelo desenvolvido foi aplicado ao caso da Eclusa de Promissão, verificando-se a eficiência da metodologia adotada.

A formulação matemática do problema também foi feita utilizando-se variáveis adimensionais. Desta forma, torna-se possível uma comparação de resultados de eclusas com características diferentes, resultando em um passo à generalização do processo de otimização.

Demonstra-se ainda o interesse na utilização da Transformada de Laplace para resolução numérica da equação diferencial que representa o escoamento transitório nos aquedutos de uma eclusa. Foram verificadas vantagens em termos de eficiência, estabilidade e precisão numérica.

Apresentam-se, finalmente, recomendações para a continuação de pesquisas sobre o assunto. Um dos intuitos é a obtenção de dados para elaboração de um ábaco, que possibilite a determinação da lei ótima de manobra de forma gráfica, bastando para isso o cálculo de alguns parâmetros específicos de cada eclusa.

ABSTRACT OF THESIS PRESENTED TO COPPE/UFRJ AS PARTIAL  
FULFILLMENT OF THE REQUIREMENTS FOR THE DEGREE OF MASTER  
OF SCIENCE (M. Sc.).

OPTIMIZATION OF NAVIGATION LOCK AQUEDUCT  
CONTROL GATE OPERATION RULES

*Luiz Rafael Palmier*

February of 1990

Thesis Supervisor: Bela Petry

Department: Civil Engineering

The main objective of this thesis is the development of a new method for the optimization of navigation lock aqueduct control gate operation rules, using numerical methods taken from Operations Research.

As a component step for the obtention of a general model, a simplified model corresponding to no air inception and variable speed gate operation was developed.



The simplified model has the objective of determining the optimal gate operation rule which minimizes total lock filling or emptying time and satisfies the following constraints:

- cavitation control: no air inception
- maximum gate operation speed for opening or closure is specified
- maximum values of water level raise or drawdown velocity are specified.

The technique used is the successive linearization of the problem equations and application of the Simplex Algorithm. The efficiency of this method was tested on the example of the Promissão Powerplant Navigation Lock.

In order to obtain more general conclusions and a comparison between different locks, a formulation using dimensionless variables was also proposed and developed.

For the purpose of integrating numerically the equation of the surges, the use of a Laplace Transform technique was found to be highly accurate, efficient and stable.

Finally, a number of recommendations are presented for future research work. One of the objectives is the establishment of simple relationships between optimal gate operation rules and lock characteristics.

## SUMÁRIO

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO .....	1
CAPÍTULO II - FUNDAMENTOS TEÓRICOS E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	5
II.1 - Histórico das Eclusas .....	5
II.2 - Características e Descrição do Funcionamento de uma Eclusa .....	8
II.3 - Métodos de Enchimento e Esgotamento de Eclusas .....	12
II.4 - As Comportas de Controle de Vazão .....	16
II.5 - Requisitos Básicos de Funcionamento das Eclusas .....	20
II.6 - Principais Problemas Relacionados com as Leis de Manobra de Comportas .....	22
II.6.1 - Segurança das Embarcações ....	22
II.6.2 - Cavitação e Vibração das Comportas .....	23
II.6.3 - Aeração do Escoamento .....	26
II.6.4 - Limitação do Servo-mecanismo das Comportas .....	27
II.6.5 - Movimento Oscilatório Pendular no Final da Operação .....	28
II.7 - Otimização das Leis de Manobra: Um Passo na Evolução das Eclusas .....	29

CAPÍTULO III - EQUACIONAMENTO BÁSICO DO ESCOAMENTO ..	31
III.1 - Considerações Gerais .....	31
III.2 - Esquematização e Equacionamento .....	34
III.2.1 - Equação do escoamento .....	34
III.2.2 - Pressão a Jusante da Comporta	41
 CAPÍTULO IV - MODELO MATEMÁTICO PARA OTIMIZAÇÃO DAS LEIS DE MANOBRA DE COMPORTAS .....	 46
IV.1 - Importância dos Modelos Matemáticos ...	46
IV.2 - Equacionamento das Restrições .....	48
IV.3 - Escolha do Modelo .....	55
IV.3.1 - A Opção por Programação Matemática .....	 55
IV.3.2 - O Modelo de Programação Linear Sequencial .....	 58
IV.3.3 - Otimização Numérica com Tempo Total de Operação Livre e Posição Final do Nível d'Água Especificada .....	   62
IV.3.4 - Otimização Numérica com Tempo Total de Operação Especificado e Posição Final do Nível d'Água Livre .....	   65
IV.4 - Linearização das Restrições .....	71

IV.5 - Apresentação do Modelo de Otimização das Leis de Manobra .....	95
IV.5.1 - Obtenção de Vetores Iniciais Viáveis .....	95
IV.5.1.a - Primeiro Vetor Inicial Viável .....	95
IV.5.1.b - Vetores Iniciais Viáveis Consecutivos .....	97
IV.5.2 - Problemas com a Linearização .	99
IV.5.3 - Modelo de Simulação de uma Operação e Modelo de Otimização	103
IV.6 - Modelo Adimensional .....	110
CAPÍTULO V - APLICAÇÃO DO MODELO E RESULTADOS .....	111
V.1 - Aplicabilidade do Modelo .....	111
V.2 - Eclusa de Promissão .....	114
V.2.1 - Características da Eclusa .....	114
V.2.2 - Características da Aplicação ..	117
V.2.3 - Leis de Manobra Obtidas com o Modelo de Otimização .....	124
CAPÍTULO VI - CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES .....	139
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	145
APÊNDICE A - A ESCOLHA DO MODELO DE SIMULAÇÃO .....	150
APÊNDICE B - MODELO ADIMENSIONAL .....	158

## LISTA DE SÍMBOLOS

## Maiúsculas Romanas:

- $A$  - área de abertura sob as comportas  
 $A_1$  - área transversal do aqueduto do sistema de enchimento (seção de montante)  
 $A_2$  - área transversal do aqueduto do sistema de enchimento (seção de jusante)  
 $A_c$  - área da superfície d'água na câmara da eclusa  
 $A_h$  - área hidráulica do aqueduto  
 $A_r$  - área de abertura relativa sob as comportas  
 $A_{VT}$  - área de abertura total sob as comportas  
 $B_v$  - largura da comporta  
 $D$  - diâmetro hidráulico do aqueduto  
 $D_1$  - altura do aqueduto do sistema de enchimento (seção de montante)  
 $D_2$  - altura do aqueduto do sistema de enchimento (seção de jusante)  
 $FO$  - função objetivo do problema de otimização  
 $FO_1$  - função objetivo para o enchimento  
 $FO_2$  - função objetivo para o esgotamento  
 $H$  - carga hidráulica  
 $H_1$  - carga hidráulica do sistema de enchimento (seção de montante)  
 $H_2$  - carga hidráulica do sistema de enchimento (seção de jusante)

- K - coeficiente de perda de carga
- $K_1$  - soma dos coeficientes de perda de carga do sistema de enchimento a montante da comporta
- $K_2$  - soma dos coeficientes de perda de carga do sistema de enchimento a montante da comporta
- $K_v$  - coeficiente de perda de carga na comporta do sistema de enchimento
- L - comprimento do aqueduto
- $L_1$  - comprimento do aqueduto de montante do sistema de enchimento
- $L_2$  - comprimento do aqueduto de jusante do sistema de enchimento
- N - número de pontos utilizados para discretizar o problema
- Q - vazão
- $\dot{Q}$  - derivada da vazão em relação ao tempo
- T - tempo total de operação (o subíndice representa a ordem do tempo total considerado no modelo de otimização)

#### Minúsculas Romanas

- a - velocidade do pulso de pressão
- $b_i$  - coeficientes das variáveis de velocidade do nível d'água na câmara na função objetivo
- $c_c$  - coeficiente de contração do jato na comporta
- d - altura parcial da comporta
- $df$  - diferencial da função  $f$  genérica

- $\frac{df}{dy}$  - derivada da função  $f$  genérica em relação a  $y$  (genérico)
- $\frac{d^2f}{dy^2}$  - derivada segunda da função  $f$  genérica em relação a  $y$  (genérico)
- $e_i$  - variável inteira (para considerar a aeração do escoamento)
- $f$  - coeficiente de perda de carga de Darcy-Weisbach
- $g$  - aceleração da gravidade
- $h_o$  - desnível inicial entre o nível d'água na câmara e o nível d'água do reservatório (enchimento) ou do canal de jusante (esgotamento)
- $l_i$  - variável inteira (para considerar a aeração do escoamento)
- $p_1$  - pressão na seção de montante do sistema de enchimento
- $p_2$  - pressão na seção de jusante do sistema de enchimento
- $p_{atm}$  - pressão atmosférica local
- $p_{inf}$  - valor mínimo de  $p_r$  que permite desconsiderar o critério de cavitação (quando a aeração natural do escoamento é possível)
- $p_r$  - pressão mínima no teto do aqueduto (seção imediatamente a jusante da comporta)
- $p_{sup}$  - valor máximo de  $p_r$  que permite desconsiderar o critério de cavitação (quando a aeração natural do escoamento é possível)
- $p_v$  - pressão mínima do jato (seção da "vena contracta")
- $p_v$  - pressão de vapor d'água

- $q_i$  - variável inteira (para considerar a aeração do escoamento)
- $r_i$  - variável inteira (para considerar a aeração do escoamento)
- $s$  - variável auxiliar (Transformada de Laplace)
- $t$  - tempo
- $u_i$  - variável inteira (para considerar valores discretos de velocidade de acionamento das comportas)
- $v$  - velocidade média do escoamento no instante  $t$
- $v$  - velocidade do servo-mecanismo das comportas (valores discretos)
- $v_1$  - velocidade média do escoamento no sistema de enchimento (seção de montante)
- $v_2$  - velocidade média do escoamento no sistema de enchimento (seção de jusante)
- $v_{\max}$  - velocidade máxima do servo-mecanismo das comportas (valores contínuos)
- $v_v$  - velocidade do escoamento na seção contraída do lato
- $x$  - variável de posição relativa do nível d'água na câmara
- $\dot{x}$  - derivada de  $x$  em função de  $t$
- $\ddot{x}$  - derivada segunda de  $x$  em função de  $t$
- $\bar{x}$  - variável de velocidade relativa do nível d'água na câmara da eclusa
- $\ddot{\bar{x}}$  - aceleração relativa do nível d'água na câmara
- $z$  - posição do nível d'água na câmara
- $\dot{z}$  - variável de velocidade do nível d'água na câmara
- $\ddot{z}$  - aceleração do nível d'água na câmara



- $z_1$  - cota do piso do aqueduto do sistema de enchimento  
(a montante da comporta)  
 $z_2$  - cota do piso do aqueduto do sistema de enchimento  
(a jusante da comporta)  
 $z_{jus}$  - cota do nível d'água do canal de jusante  
 $z_{máx}$  - valor limite da velocidade do nível d'água na  
câmara  
 $z_{ref}$  - igual a  $z_{res}$ , para o enchimento e a  $z_{jus}$ , para o  
esgotamento  
 $z_{res}$  - cota do nível d'água do reservatório  
 $z_v$  - cota da soleira do poço da comporta  
 $z^*$  - transformada de Laplace da função  $z(t)$

#### Maíúsculas Gregas

- $\Delta f$  - intervalo da função  $f$  genérica

#### Minúsculas Gregas

- $\gamma$  - peso específico da água  
 $\eta$  - variável auxiliar utilizada na integral de  
convolução (modelo adimensional)  
 $\xi$  - variável auxiliar utilizada na integral de  
convolução (modelo adimensional)  
 $\rho$  - massa específica da água  
 $\sigma$  - índice de cavitação (número de Thoma)  
 $\sigma_{crít}$  - índice de cavitação crítico

- $\tau$  - variável adimensional de tempo
- $\phi$  - termo relativo à perda de carga no escoamento
- $\phi_a$  - termo relativo à perda de carga adimensionalizada
- $\phi^*$  - Transformada de Laplace da função  $\phi$
- $\omega$  - frequência natural do sistema de enchimento
- $\omega_1$  - frequência natural do sistema de enchimento (tramo de montante)
- $\omega_2$  - frequência natural do sistema de enchimento (tramo de jusante)

## Índices

- $i$  - índice inferior que indica o ponto de discretização onde a variável é considerada
- $j$  - índice inferior que indica o ponto de discretização onde a variável é considerada
- $o$  - índice superior que indica o que a variável deve ter o seu valor considerado no ponto em torno do qual o problema foi linearizado
- ' - as variáveis com este índice superior têm o mesmo significado, porém são relativas ao sistema de esgotamento

## CAPÍTULO I

### INTRODUÇÃO

Ao longo do tempo o projeto hidráulico de eclusas de navegação tem evoluído de forma significativa, face à necessidade de vencer desníveis cada vez maiores e à exigência de tempos de eclusagem reduzidos, concomitantemente ao atendimento de critérios de segurança.

Para transpor grandes desníveis, estudos econômicos têm indicado como opção de menor custo a construção do menor número de eclusas, resultando na transposição individual de desníveis significativos. Este fato contribuiu para um aumento gradativo das quedas de projeto das eclusas.

O limite à evolução das quedas das eclusas (desnível em torno de 35 metros) é de ordem técnica, função dos sérios problemas hidráulicos gerados, tais como as altas velocidades reinantes nos aquedutos dos sistemas de enchimento e esgotamento da câmara das eclusas e as severas condições de trabalho de suas comportas. Assim, tais sistemas estão sujeitos a exigências cada vez maiores, visando possibilitar manobras onde sejam minimizados, ou mesmo eliminados, os inconvenientes gerados.

No Brasil, por razões históricas, a navegação fluvial teve um desenvolvimento lento. O aproveitamento cada vez mais intenso do imenso potencial hidrelétrico do país tem, contudo, desempenhado um papel de extrema importância para o seu crescimento econômico, e impulsionado o aproveitamento múltiplo dos recursos hídricos, dentre eles, a navegação fluvial.

Grande parte dos nossos aproveitamentos hidrelétricos possui queda que, com frequência, ultrapassa as maiores quedas de eclusas já construídas. Portanto, a engenharia nacional depara-se com o desafio de construir eclusas de grande porte e alta queda, algumas delas com características sem precedentes.

As dificuldades aumentam face a tradição e experiência limitadas em projetos de eclusa no país, consequência de uma navegação interior ainda incipiente. Esta situação tem exigido um rápido desenvolvimento da capacidade técnica e tecnológica nacional, procurando atender aos projetos e às construções de eclusas modernas. Devido a condições diferentes daquelas encontradas em outros países, algumas eclusas no Brasil tiveram que ser concebidas com inovações que representam soluções de vanguarda técnica.

Problemas comumente encontrados na engenharia de eclusas são devidos à cavitação do escoamento nos aquedutos de enchimento e esgotamento a jusante dos órgãos de controle, a vibração de comportas, a entrada de ar no escoamento e alimentação desuniforme da câmara. A solução destes problemas tem exigido a cuidadosa concepção e dimensionamento dos circuitos hidráulicos, o correto posicionamento e dimensionamento de comportas e a definição de leis de manobra adequadas.

O presente trabalho é orientado para a sistematização do estudo das leis de manobra dos órgãos de controle de vazão de eclusas, visando evitar, ou minimizar, os problemas acima citados. Deseja-se ainda obter a operação mais rápida possível, em vista da vantagem econômica representada por ciclos de eclusagem curtos.

Ao se definir o projeto de uma eclusa, são conhecidas as cotas do nível d'água do reservatório, do nível d'água do canal de jusante e do nível d'água da soleira do aqueduto no local da comporta. Além disso, são conhecidas todas as características geométricas da câmara e do aqueduto, incluindo também os coeficientes de perda de carga singulares e por atrito.

Desta forma, a definição da vazão em função do tempo depende apenas da lei de manobra das comportas. A otimização das leis de manobra consiste em definir a manobra que possibilite o tempo mínimo declusagem, atendendo todas as restrições à operação.

A construção de eclusas, associadas a cada usina hidrelétrica em operação, proporcionará a concretização das vias de navegação do país, trazendo enormes benefícios ao seu transporte de massa, visto que o transporte hidroviário é, via de regra, bem mais econômico do que o ferroviário ou o rodoviário.

A obtenção de leis ótimas contribui de forma interessante para o aumento da capacidade de transporte e para a redução do tempo de espera das embarcações. Análises feitas em rios com tráfego intenso, por exemplo, como o OHIO River, nos Estados Unidos, mostram que o efeito da redução do tempo declusagem tem significado econômico muito importante.

Além disso, a lei de manobra ótima impede o surgimento de condições desfavoráveis, ou mesmo inaceitáveis, de funcionamento da eclusa. Desta forma, facilita-se a manutenção da eclusa e garante-se a vida útil máxima dos materiais utilizados nos seus equipamentos e instalações.

## CAPITULO II

### FUNDAMENTOS TEÓRICOS E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

#### II.1- HISTÓRICO DAS ECLUSAS

A maior dificuldade enfrentada pela navegação nos cursos d'água naturais sempre foi a passagem por obstáculos criados por desníveis localizados. Na antiguidade, a retirada das embarcações da água, para contornar as quedas, era o único recurso disponível para vencer estes obstáculos.

Apesar da concepção diferente das eclusas atuais, as barragens móveis foram suas precursoras. Eram utilizadas pelos egípcios, romanos e chineses, sendo ainda usadas nos dias de hoje.

Não obstante a construção das primeiras eclusas datar dos fins do século XV (Alemanha, Holanda e Itália), apenas nos princípios do século XIX são registradas eclusas com desníveis da ordem de três metros (3 m), que ainda eram considerados elevados no princípio deste século.

Vários sistemas foram propostos ao longo dos séculos para possibilitar a transposição de desníveis pelas embarcações. Contudo, um número restrito de soluções mereceu realização na prática. Em função da facilidade de construção e a simplicidade de funcionamento, as eclusas de navegação são as obras mais difundidas para a transposição de desníveis em rios canalizados e canais artificiais.

Os estágios de evolução das eclusas podem ser determinados pelos desníveis alcançados e pelos sistemas de enchimento e esgotamento utilizados. As eclusas do primeiro estágio, ainda encontradas, em sua grande maioria na Europa, limitam-se a desníveis da ordem de 3 metros. Possuem sistemas de enchimento e esgotamento bastante simples; as operações são realizadas pelas próprias portas ou por válvulas convenientemente instaladas nas mesmas.

A introdução de sistemas de enchimento e esgotamento mais aperfeiçoados, possibilitando alcançar desníveis da ordem de 15 metros (atualmente considerados intermediários) caracterizam o segundo estágio. São observadas duas concepções diferentes:

a) aprimoramento e evolução natural dos antigos sistemas de enchimento e esgotamento das eclusas. As operações passaram a ser feitas por dispositivos auxiliares, localizados nas extremidades das eclusas. Concepção desenvolvida na Europa;



b) marcou o início dos sistemas constituídos de aquedutos longitudinais providos de orifícios, embutidos em toda extensão dos muros laterais das eclusas. Podem funcionar para operação de enchimento e esgotamento. Concepção desenvolvida nos Estados Unidos.

As duas concepções mostraram-se bastante satisfatórias para as eclusas de altura intermediária. Embora a solução européia apresente vantagens econômicas, face à sua simplicidade, a concepção americana, mais moderna, permitiu o desenvolvimento de eclusas com desníveis maiores.

Em relação aos problemas de oscilação da superfície d'água da câmara da eclusa, as duas concepções apresentam inconvenientes. Na concepção européia estes problemas são evidentes quando os enchimentos e esgotamentos são feitos pelas extremidades da eclusa, devido à formação de ondas de translação. Já na prática americana, a causa é a má distribuição das vazões nos orifícios.

Os sistemas de enchimento e esgotamento hidrodinamicamente equilibrados surgiram nos idos de 1940, caracterizando o terceiro estágio de evolução das eclusas. Os desníveis chegaram aos 30 metros (eclusas de alta queda), praticamente dobrando os maiores desníveis até então atingidos.

## 11.2- CARACTERÍSTICAS E DESCRIÇÃO DO FUNCIONAMENTO DE UMA ECLUSA

A eclusa de navegação é uma estrutura hidráulica que permite a transposição de desnível pelas embarcações através da variação do nível d'água de uma câmara estanque. Esta câmara, de forma retangular, é formada por dois muros verticais paralelos, e fechada nas extremidades por soleiras e portas, por onde entram e saem as embarcações.

A partir das extremidades são construídos os muros guias. São muros relativamente longos, estendendo-se nas direções dos canais de aproximação, a montante e a jusante, para direccionar as embarcações em trânsito.

Os sistemas de enchimento e esgotamento são os responsáveis pelas operações de alimentação e esvaziamento das câmaras das eclusas. São constituídos de aquedutos primários e secundários, derivações, orifícios, comportas, difusores, tomadas d'água, dispositivos especiais, etc. Têm como função a alimentação e o esvaziamento conveniente da câmara, ou seja, sem causar danos às embarcações e, ao mesmo tempo, sem causar excessivas demoras na transposição do desnível.

As comportas utilizadas para controlar o escoamento nos aquedutos de enchimento e esgotamento podem ser de vários tipos. Face às vantagens proporcionadas, as comportas do tipo setor reverso têm sido escolhidas. As comportas são instaladas em poços de visita (denominados poços das comportas), para permitir vistorias rápidas e fácil acesso para os serviços de manutenção.

De forma bastante simples, uma operação de subida de uma embarcação em uma eclusa segue os passos abaixo (ver ilustração da sequência de transposição na figura (11.1)):

1) as portas de jusante são abertas, permitindo a entrada das embarcações na câmara da eclusa, e logo após voltam a ser fechadas. As embarcações são firmemente amarradas aos cabeços destinados para este fim (fixos ou móveis) para mantê-las estacionárias em relação ao plano d'água da câmara. Neste momento, abrem-se as comportas de adução, iniciando-se então o processo de enchimento da câmara;

11) a lei de manobra das comportas é previamente definida. A vazão de alimentação da câmara provém do canal ou reservatório de montante, e o escoamento se processa por gravidade. Quando o equilíbrio entre o nível d'água da câmara com o do canal de montante é atingido (final do processo de enchimento), as comportas de adução devem estar fechadas;

iii) finalmente, a porta de montante é aberta, para que as embarcações, depois de desamarradas, possam sair.

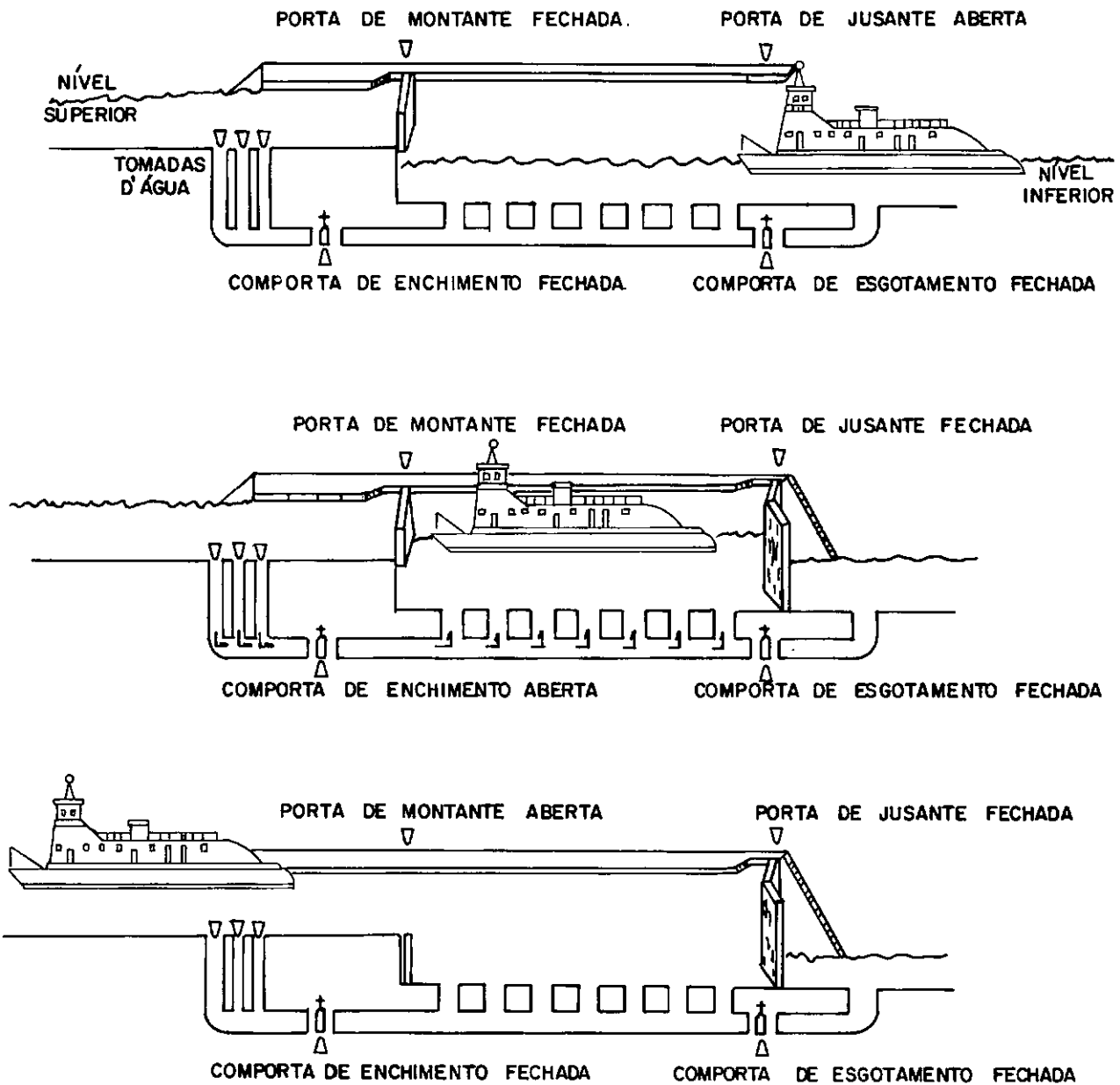


FIG. II.1 - SEQUÊNCIA DE OPERAÇÃO DA ECLUSA (ENCHIMENTO).

A operação de descida segue uma sequência bem semelhante, porém em sentido inverso; neste caso, o escoamento também é por gravidade, só que a vazão de alimentação é proveniente da própria câmara da eclusa.

Essas duas operações, do ponto de vista de navegação, precisam atender às seguintes condições básicas:

a) segurança

- os riscos corridos pelas embarcações não devem ultrapassar aqueles normais de navegação. As perturbações na câmara não devem causar grandes esforços nos cabeços, o que poderia causar ruptura dos cabos e conseqüente colisão das embarcações contra as portas e muros da câmara, ocasionando grandes danos;

b) adaptação às embarcações

- a eclusa deve estar preparada para receber as embarcações mais convenientes para a via fluvial;

c) capacidade de tráfego

- pela eclusa deverá poder transitar, em um período determinado, o número de embarcações capaz de transportar a tonelagem de carga prevista; e

d) rapidez de passagem

- a duração do enchimento e esgotamento deverá ser a menor possível para reduzir o tempo de eclusagem.

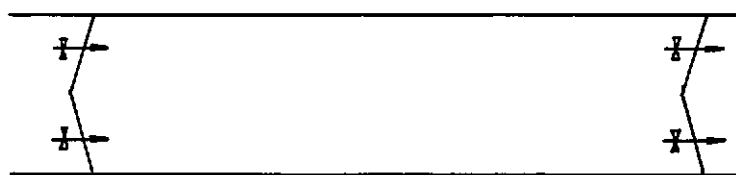
### 11.3- MÉTODOS DE ENCHIMENTO E ESGOTAMENTO DE ECLUSAS

Como comentado no item (11.1), o enchimento e esgotamento das câmaras de eclusas pode ser realizado de diversas maneiras. Os sistemas conhecidos atualmente podem ser classificados em quatro diferentes tipos (ver figura (11.2)):

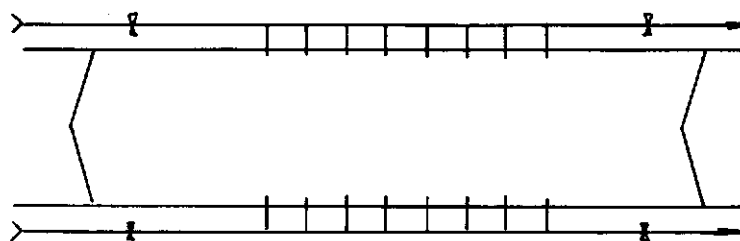
#### Tipo I - Enchimento e Esgotamento através das Cabeças da Eclusa

Os dispositivos de enchimento e esgotamento localizam-se nas cabeças da eclusa, provocando uma concentração das vazões nas extremidades da câmara. Como consequência, há uma indução de oscilações indesejáveis na superfície d'água da câmara.

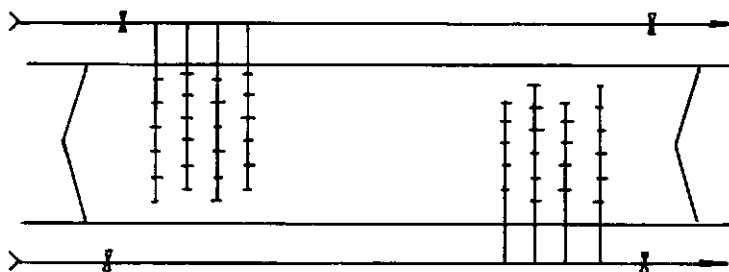
Este inconveniente é minorado com velocidades menores de adução e esgotamento, limitando a aplicação do tipo I a eclusas de baixa queda. Face suas vantagens econômicas (função de sua simplicidade), e o possível aproveitamento das estruturas que compõem as extremidades das eclusas, ainda são construídas eclusas com este tipo de alimentação.



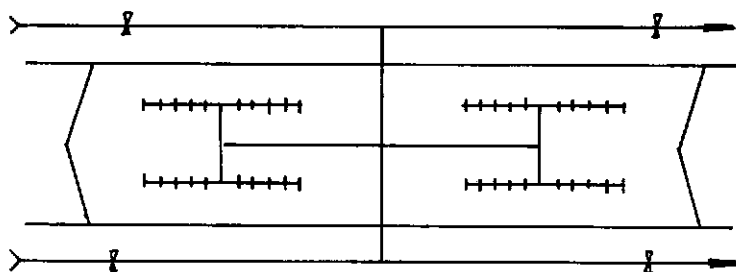
TIPO-I



TIPO-II



TIPO-III



TIPO-IV

FIG.II.2 - SISTEMAS TÍPICOS DE ENCHIMENTO E ESGOTAMENTO DE ECLUSAS

## Tipo II - Enchimento e Esgotamento através dos Muros Laterais

Estes sistemas são compostos de dois aquedutos longitudinais, embutidos em cada um dos muros laterais, os quais são providos de orifícios laterais, adequadamente distribuídos e espaçados ao longo da câmara da eclusa. É o tipo de sistema de alimentação e esgotamento mais empregado nas eclusas americanas de altura intermediária, entre nove (9,0 m) e quinze (15,0 m) metros.

O agrupamento dos orifícios no terço médio da câmara pode atenuar, de forma significativa, os movimentos ondulatórios no interior da câmara, função da defasagem na alimentação entre as primeiras e últimas aberturas de entrada. Desta forma, os esforços nos cabos de amarração das embarcações são minorados.

## Tipo III - Enchimento e Esgotamento através de Difusores Transversais

Estes sistemas derivam diretamente do tipo II; os simples orifícios do tipo anterior são substituídos por derivações providas de orifícios. Estas derivações secundárias, denominadas difusores, são dispostas transversalmente no fundo da câmara da eclusa.



Este tipo de sistema surgiu em função das condições cada vez mais severas de funcionamento exigidas, e da ineficácia das soluções anteriores. Os problemas de oscilação da superfície d'água da câmara foram suavizados, pois as oscilações induzidas são de menor amplitude.

#### Tipo IV - Enchimento e Esgotamento através de Difusores Longitudinais

Os sistemas deste tipo caracterizam-se por dispor de derivações providas de orifícios localizados longitudinalmente no fundo da câmara da eclusa. A entrada dos aquedutos à câmara é realizada pelo ponto médio desta, ou pelos pontos médios de cada metade. A partir daí, os aquedutos primários são bifurcados, com cada uma das bifurcações alimentando novos desdobramentos, para enfim alcançar as derivações que alimentam a câmara da eclusa.

Este tipo também é denominado sistema hidrodinamicamente equilibrado ou dinamicamente balanceado, uma vez que o enchimento e o esgotamento são realizados de forma a equilibrar os comprimentos de carga, procurando garantir a maior uniformidade possível às operações.

Por atenuar os movimentos de agitação no interior da câmara, este tipo de sistema é utilizado nas eclusas de alta queda. A maior complexidade do seu projeto e os estudos e custos adicionais de todo o labirinto e grelhas de fundo são seus principais inconvenientes.

#### 11.4- AS COMPORTAS DE CONTROLE DE VAZÃO

As comportas de controle de vazão dos sistemas de enchimento e esgotamento podem ser consideradas os "corações" dos sistemas de circulação das eclusas. Isto porque elas são responsáveis por alguns dos mais importantes parâmetros de eficiência das eclusas.

Dentre eles destacam-se: tempos de enchimento e esgotamento da câmara, esforços de amarração, condições de pressão nas regiões mais críticas e tendências à própria vibração. Além disto, são órgãos delicados sob o aspecto hidro-mecânico devido às suas ancoragens, vedações, esforços de manobras, ações hidrodinâmicas e vibrações.

Atualmente, na grande maioria das eclusas, construídas ou em estudo, foram ou estão sendo utilizadas comportas do tipo Tainter ou setor invertido, face suas várias vantagens, principalmente sua simplicidade e durabilidade. Estas qualidades ganham em importância para concepção e construção de eclusas, em função da maior frequência de exigência de serviços de reparo e manutenção do que qualquer outra parte ou órgão das eclusas.

Nas primeiras eclusas em que foram empregadas, estas foram instaladas de forma convencional, ou seja, as articulações ficavam a jusante da face vedante, fechando a extremidade de montante do poço da comporta. Investigações em modelo reduzido mostraram uma redução significativa da pressão a jusante da face vedante, durante a manobra de abertura da comporta.

Como consequência, grandes quantidades de ar eram arrastadas para o interior dos aquedutos, formando bolsões de ar que estrangulavam o escoamento até serem expulsos através dos orifícios de alimentação da câmara, face ao aumento da pressão. Esses bolsões causavam verdadeiras erupções na superfície d'água da câmara, perturbando e colocando em risco as embarcações.

A solução para o problema de arraste de ar foi a inversão da posição das comportas (ver figura (11.3)), isto é, com a articulação a montante da face vedante, fechando desta forma a extremidade de jusante do poço da comporta e, conseqüentemente, impedindo a entrada descontrolada de ar. A prática tem demonstrado a eficácia dessa inversão, visto que tornou-se prática comum.

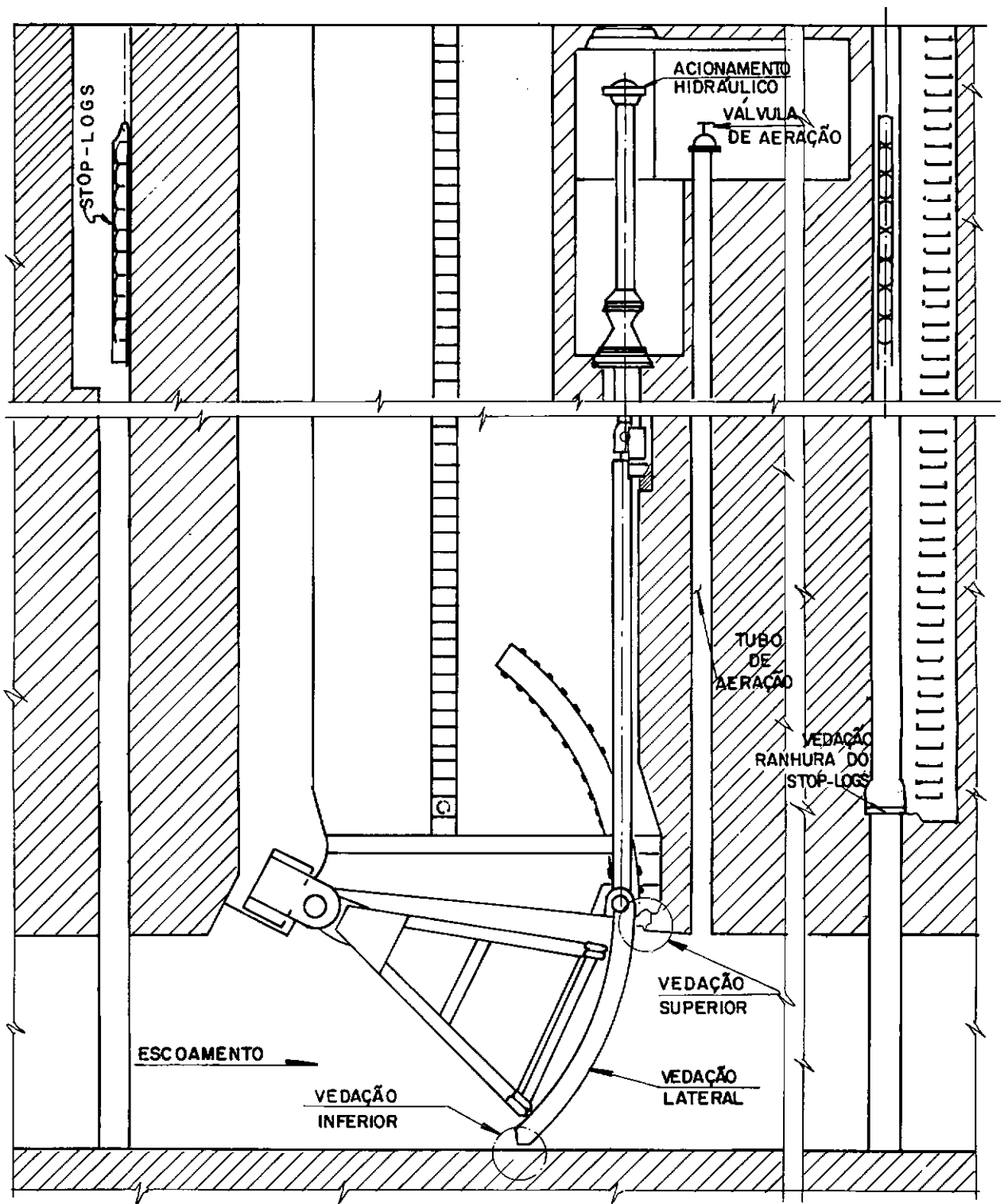


FIG.II.3 - INSTALAÇÃO TÍPICA DA COMPORTA SETOR REVERSA

As comportas dos sistemas de enchimento e esgotamento de eclusas são consideradas de pequeno porte, sob o ponto de vista geométrico; mesmo para as eclusas com câmara de grande área e altas quedas, os equipamentos são leves e de fácil manejo.

Porém, alguns detalhes de concepção e fabricação devem ter maior atenção em relação a equipamentos semelhantes utilizados em outras obras hidráulicas. Isto porque as comportas de eclusas operam com uma frequência de manobras extremamente elevada (causando desgastes) e sob severas condições hidrodinâmicas.

A princípio a vedação das comportas está muito mais relacionada com os detalhes mecânicos do que hidráulicos, contudo estes detalhes têm sido a causa de muitos problemas constatados em comportas de eclusas. A ocorrência de vazamentos, principalmente em eclusas de alta queda, está intimamente relacionada aos problemas de vibração das comportas e à cavitação nas paredes do aqueduto a jusante das comportas.

### 11.5- REQUISITOS BÁSICOS DE FUNCIONAMENTO DAS ECLUSAS

A transposição proporcionada pelas eclusas de navegação deve ser realizada satisfazendo certos requisitos de funcionamento da própria estrutura. Isto sem considerar o atendimento às necessidades globais impostas pelo trânsito fluvial.

O primeiro destes requisitos está relacionado com a duração total da operação de transposição, que deve ser rápida. O segundo requisito é o de permitir a transposição segura das embarcações em trânsito e o de impedir a ocorrência de condições precárias ao funcionamento da eclusa.

O terceiro requisito, que deve estar em harmonia com os dois primeiros, diz respeito à não exigência de obras com dificuldades construtivas e custos excessivos. Portanto, essas obras devem ser técnica e economicamente viáveis, representando soluções simples.

O três requisitos descritos acima estão relacionados entre si, sendo, de certa forma, mutuamente conflitantes, tornando complexa sua conciliação. Assim, suas importâncias relativas devem ser cuidadosamente ponderadas quando da escolha do melhor projeto para cada eclusa.

O dimensionamento dos sistemas de enchimento e esgotamento afeta diretamente os dois primeiros requisitos e, em parte, o terceiro. A lei ótima de manobra em uma determinada eclusa pode fornecer indícios para modificar o seu projeto, tornando-a mais eficiente.

Depois de dimensionados, esses sistemas passam a influenciar o desempenho das eclusas, em função da lei de manobra escolhida para suas comportas. Ainda que uma determinada lei proporcione uma transposição relativamente rápida, condições indesejáveis podem ocorrer: por outro lado, algumas manobras viáveis propiciam tempos de eclusagens longos.

A idéia básica do trabalho é encontrar uma metodologia que permita obter leis ótimas de manobra para eclusas com sistemas já projetados. Assim, as considerações relativas à obtenção dessas leis restringir-se-ão aos dois primeiros requisitos.

## 11.6- PRINCIPAIS PROBLEMAS RELACIONADOS COM AS LEIS DE MANOBRA DE COMPORTAS

### 11.6.1- SEGURANÇA DAS EMBARCAÇÕES

A segurança das embarcações em trânsito em uma eclusa pode ser traduzida, de forma mais objetiva, em termos dos esforços limites para suas forças de amarração. E esses esforços são proporcionais às perturbações na câmara da eclusa, e às oscilações de sua superfície d'água [1].

As perturbações são diretamente decorrentes da dissipação da energia remanescente no interior da câmara e da heterogeneidade de alimentação da mesma. Ainda que os sistemas de enchimento e esgotamento hidrodinamicamente balanceados consigam minimizar as condições adversas, é praticamente impossível evitá-las. Para isso, seria necessário alimentar a câmara de forma inteiramente uniforme, o que é economicamente inviável.

As oscilações da superfície d'água na câmara são causadas pela má distribuição de vazão, principalmente no primeiro estágio de alimentação, crítico para qualquer sistema de enchimento e esgotamento de eclusa. A prática de concentrar os orifícios de alimentação no terço médio da câmara mostrou-se bastante eficaz na redução da intensidade do esforço de amarração. Observou-se que o movimento oscilatório não ocorre independentemente da embarcação.



## 11.6.2- CAVITAÇÃO E VIBRAÇÃO DAS COMPORTAS

Os problemas relacionados com a cavitação e vibração das comportas, de forma independente ou em conjunto, vêm se constituindo em uma das principais limitações para o aumento da altura das eclusas. São problemas não inteiramente conhecidos, sendo muito comum serem tratados como um só, e identificados como sendo de cavitação.

A cavitação consiste na rápida vaporização e condensação de uma região do escoamento. Ocorre quando é atingida a pressão de vapor nesta região. Formam-se núcleos gasosos que, mantida a condição de pressão reinante, podem resultar em cavidades de vapor.

Estas cavidades, caso a pressão local fique próxima da pressão de vapor, continuam a aumentar, podendo alcançar um diâmetro crítico e explodir. Se a pressão circundante aumentar acima da pressão de vapor, as bolhas se tornarão instáveis e implodirão. As implosões, ou colapsos, podem ser muito violentas, sendo acompanhadas por ruídos, vibrações e possível erosão das superfícies sólidas.

Existem dois tipos de cavitação: a gasosa e a vaporosa [2]. O primeiro tipo ocorre quando, ou o processo de cavitação é suficientemente lento, permitindo o aumento da quantidade de ar no interior da cavidade de vapor em função da gasificação do líquido, ou quando existe uma considerável quantidade de ar em suspensão na água. A taxa de crescimento e colapso das bolhas é muito lenta, devido à presença do ar livre, e o processo não é tão violento.

Já o segundo tipo ocorre quando existe uma pequena quantidade de ar no líquido. A cavidade consiste quase exclusivamente de vapor, com as taxas de crescimento e de colapso, e as pressões geradas devido ao colapso da cavidade sendo extremamente elevadas. Como resultado, danos severos podem ser causados, tais como: ruídos, vibrações, flutuações de pressão, danos causados por erosão e perda de eficiência.

Os problemas de cavitação ocorrem basicamente nas eclusas de média e alta quedas, pois estão intimamente relacionados às velocidades de escoamento extremamente elevadas, às pressões muito baixas a jusante das comportas e à recirculação do fluxo sobre o ressalto afogado que se forma a jusante da comporta. A complexidade da análise do problema da cavitação aumenta em função da necessidade de considerar as pressões e velocidades instantâneas do escoamento, que são de caráter altamente pulsante.

São duas as principais medidas de precaução com relação aos problemas da cavitação. A primeira, controle das pressões a jusante das comportas dentro de faixas seguramente positivas, é pouco adequada para as eclusas de alta queda. O controle das pressões acima de certos limites é dificultado pelas altas velocidades do escoamento e seu caráter pulsante.

Condições de pressão francamente positivas podem ser obtidas abaixando as cotas de implantação das comportas, posicionando-as sob pressão estática mais elevada. Porém, em geral, tal procedimento provoca um sensível aumento do custo da obra.

A outra medida consiste na aeração controlada das zonas de baixa pressão dos aquedutos a jusante das comportas. Em muitos casos, procura-se estabelecer, de forma proposital, pressões negativas na região de cavitação. Assim, dentro de certos limites de pressão, haverá uma aeração natural do fluxo na região de baixa pressão.

Esta supersaturação de ar impede a formação de bolhas de vapor (causando cavitações gasosas ao invés de vaporosas) e amortece também a implosão das bolhas. A injeção de ar não só retarda o início da cavitação, como reduz consideravelmente, ou impede, os danos causados pela cavitação.

As comportas e seus equipamentos de manobra são susceptíveis aos problemas induzidos pelas flutuações de pressão decorrentes das turbulências, vorticidades e escoamento bifásico (entrada de ar no escoamento). Além disso, detalhes pouco adequados dos componentes de vedação das comportas podem causar problemas de vibração.

### 11.6.3- AERAÇÃO DO ESCOAMENTO

A injeção de pequenas quantidades de ar, na forma de pequenas bolhas, no escoamento altamente turbulento a jusante das comportas, tem controlado satisfatoriamente os problemas de cavitação e vibração das comportas.

A incorporação de ar no escoamento a altíssima velocidade, em uma região de grande turbulência, como é o caso da região de expansão do jato a jusante das comportas, não tem causado problemas mais sérios ao desempenho das eclusas. Principalmente devido à formação de uma emulsão íntima do ar com a água, de aspecto leitoso, de menor densidade que a água, sem perder as características de um escoamento líquido.

Eclusas operadas nestas condições têm sido observadas, demonstrando que o emulsionamento de ar na água se dá de forma bastante homogênea, sem provocar a formação de grandes bolhas ou bolsões instáveis de ar nos aquedutos.

Contudo, a entrada descontrolada de ar nos sistemas de enchimento e esgotamento pode causar grandes problemas para o funcionamento das eclusas. Assim, a entrada de ar no escoamento deve ser ilimitada, uma vez que, em quantidades excessivas, pode criar perturbações de superfície dentro da câmara ou no canal de jusante, gerando problemas para as embarcações e os aquedutos.

#### 11.6.4- LIMITAÇÃO DO SERVO-MECANISMO DAS COMPORTAS

As comportas de eclusas operam com uma frequência de manobras extremamente elevada, e sob severas condições hidrodinâmicas. Os servo-mecanismos responsáveis pelo acionamento dessas comportas são severamente exigidos, devendo permitir o funcionamento das comportas nas mais diferentes condições de operação.

Existe um valor máximo para aumentar ou diminuir a área sob as comportas em relação a um determinado intervalo de tempo, função dos limites de cada servo-mecanismo. Sob o ponto de vista da eficiência da manobra, o ideal é que as comportas possam ser operadas em qualquer velocidade, limitada a um valor máximo.

Este valor máximo deve permitir a execução de manobras que possam evitar o surgimento de condições precárias ao funcionamento da eclusa. Porém, algumas comportas têm seus movimentos limitados a algumas velocidades de abertura ou fechamento apenas, fato que impossibilita a utilização de leis de manobra mais eficientes.

### 11.6.5- MOVIMENTO OSCILATÓRIO PENDULAR NO FINAL DA OPERAÇÃO

No final do processo de enchimento ou esgotamento, o efeitos de inércia são predominantes no escoamento. Em função desses efeitos, há uma tendência natural do sistema de encher ou esvaziar a câmara da eclusa em demasia.

Assim, um movimento de oscilação de massa do tipo pendular é induzido entre a câmara da eclusa e o reservatório, ou o canal de jusante, podendo perdurar por algum tempo, até que as comportas sejam convenientemente manobradas a fim de atenuar este efeito. Isto faz com que o tempo gasto para transpor o desnível aumente desnecessariamente.

As leis de manobra ótima devem evitar este movimento. Portanto, no momento em que a posição do nível d'água na câmara atingir a posição requerida (cota do nível d'água do reservatório no caso do enchimento ou do canal de jusante no caso do esgotamento), as comportas deverão estar praticamente fechadas.

## 11.7- OTIMIZAÇÃO DAS LEIS DE MANOBRA: UM PASSO NA EVOLUÇÃO DAS ECLUSAS

As inovações ou evoluções significativas não ocorreram com muita frequência na história das eclusas (ver item (11.1)), a não ser quando houve uma combinação de necessidade tecnológica com engenharia criativa, administração eficiente e experiência. A grande preferência por soluções de experiência já comprovada, e as deficiências na compreensão dos fenômenos hidráulicos envolvidos, são algumas das causas dos escassos avanços mais significativos.

No que se refere aos sistemas de enchimento e esgotamento das câmaras de eclusas, considerando o atual estágio de conhecimento dos fenômenos hidráulicos envolvidos, é difícil imaginar novas concepções revolucionárias. Portanto, a otimização das leis de manobra das comportas desses sistemas, procurando solucionar alguns problemas específicos, é um dos próximos passos na evolução das eclusas.

As leis de manobra atuais são frutos da prática e de estudos em modelo reduzido. Não foram encontradas na literatura mundial muitos estudos relativos à obtenção de uma lei de manobra ótima. Um dos mais recentes trabalhos sobre o assunto [3] não faz qualquer menção a respeito, limitando-se a analisar as manobras já consagradas pela prática.

Alguns modelos matemáticos foram desenvolvidos simulando o enchimento ou esgotamento das câmaras de eclusas segundo certas leis de manobra das comportas. Apesar de bastante eficientes para análise, esses modelos limitam-se a fornecer indicações da validade das leis testadas e indícios para obtenção de leis mais eficientes.

Existem alguns recursos disponíveis para a solução dos problemas decorrentes de uma operação de enchimento ou esgotamento das eclusas. O ajuste das dimensões das comportas e do aqueduto, ou da cota de implantação das comportas, são recursos muito limitados, face aos aumentos de custo que acarretam, ou mesmo de impossibilidades físicas decorrentes da geometria das obras. Dentro de determinados limites, alguns desses problemas podem ser resolvidos adotando-se leis adequadas de manobra das comportas.

Devido à variedade e complexidade dos problemas envolvidos, o desenvolvimento de um modelo matemático para geração de uma lei ótima de manobra de comportas é extremamente complicado. Inclui-se porque alguns dos fenômenos envolvidos não são facilmente analisados de forma precisa.



## CAPÍTULO III

### EQUACIONAMENTO BÁSICO DO ESCOAMENTO

#### III.1- CONSIDERAÇÕES GERAIS

O escoamento nos circuitos de uma eclusa, tanto na etapa de enchimento, como na de esgotamento, desenvolve-se em regime transitório, através de aquedutos em carga (condutos forçados), podendo ser representado na forma unidimensional. As equações básicas para os escoamentos transitórios em condutos forçados, para o caso geral, são as seguintes [4 - 5 - 6]:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + v \frac{\partial Q}{\partial x_1} + g A_h \frac{\partial H}{\partial x_1} + \frac{f}{2 D A_h} Q |Q| = 0 \quad \begin{array}{l} \text{(equação do} \\ \text{movimento)} \\ \text{(III.1)} \end{array}$$

$$A_h \frac{\partial H}{\partial t} + Q \frac{\partial H}{\partial x_1} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial Q}{\partial x_1} = 0 \quad \begin{array}{l} \text{(equação da continuidade)} \\ \text{(III.2)} \end{array}$$

onde:  $Q \Rightarrow$  vazão do escoamento no instante  $t$

$v \Rightarrow$  velocidade média do escoamento no aqueduto  
no instante  $t$

$g \Rightarrow$  aceleração da gravidade

$A_h \Rightarrow$  área hidráulica do aqueduto

$H \Rightarrow$  carga hidráulica

$f \Rightarrow$  coeficiente de perda de carga de Darcy  
Weisbach

$D \Rightarrow$  diâmetro hidráulico do aqueduto

$a \Rightarrow$  velocidade do pulso de pressão

Porém, o escoamento transitório, neste caso particular (circuitos de uma eclusa), pode ser considerado como uma oscilação de massa ("surge"), isto é, o escoamento é analisado admitindo-se o fluido incompressível e o conduto de paredes rígidas. Desta forma, qualquer perturbação nas condições do escoamento é assumida instantaneamente por todo o fluido.

Em termos práticos isto significa que:

$$I) \frac{\partial Q}{\partial x_1} = 0 \Rightarrow \frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{dQ}{dt} = \dot{Q} \quad (III.3)$$

$$II) a \Rightarrow \infty \quad (III.4)$$

Substituindo-se na equação (III.1) do caso geral os valores  $\frac{\partial Q}{\partial x_1} = 0$  e  $\frac{\partial Q}{\partial t} = \dot{Q}$ , obtém-se:

$$\frac{dQ}{dt} + g A_h \frac{\partial H}{\partial x_1} + \frac{f}{2 D A_h} Q |Q| = 0 \quad (III.5)$$

Esta equação pode ser integrada ao longo do conduto (figura (III.1)):

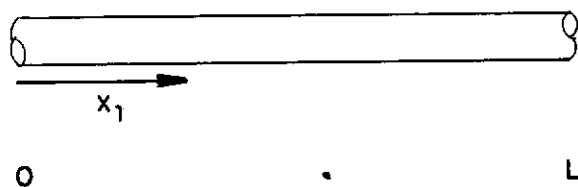


FIG.III.1 - CONDUTO FORÇADO

$$\int_0^L \frac{dQ}{dt} dx_1 + g A_h \int_0^L \frac{\partial H}{\partial x_1} dx_1 + \frac{f}{2 D A_h} \int_0^L Q |Q| dx_1 = 0 \quad (III.6)$$

- desenvolvendo a equação obtém-se:

$$L \frac{dQ}{dt} + g A_h (H_2 - H_1) + \frac{f L}{2 D A_h} Q |Q| = 0 \quad (III.7)$$

Multiplicando-se por  $\rho$  (massa específica da água) e rearrumando-se os termos:

$$\rho g A_h \left[ H_1 - H_2 - \frac{f L}{2 g D A_h^2} Q |Q| \right] = \rho L \dot{Q} \quad (III.8)$$

Substituindo-se o valor  $K = \frac{f L}{D}$  e sabendo-se que, por definição,  $\rho g = \gamma$  (peso específico da água), encontra-se a equação dinâmica da oscilação de massa:

$$\gamma A_h \left[ H_1 - H_2 - \frac{K}{2 g A_h^2} Q |Q| \right] = \rho L \dot{Q} \quad (III.9)$$

A equação da continuidade da oscilação de massa assegura que, a cada instante, a vazão em dois pontos quaisquer do conduto é a mesma, uma vez que  $\frac{\partial Q}{\partial x_1} = 0$ . Portanto,  $Q(t_i)$  é igual para todas as seções.

## III.2- ESQUEMATIZAÇÃO E EQUACIONAMENTO

### III.2.1- EQUAÇÃO DO ESCOAMENTO

Os circuitos dos sistemas de enchimento e esgotamento de uma eclusa foram representados de forma simplificada, conforme o esquema da figura (III.2). Deste modo, os escoamentos nesses circuitos podem ser analisados pelas seguintes equações:

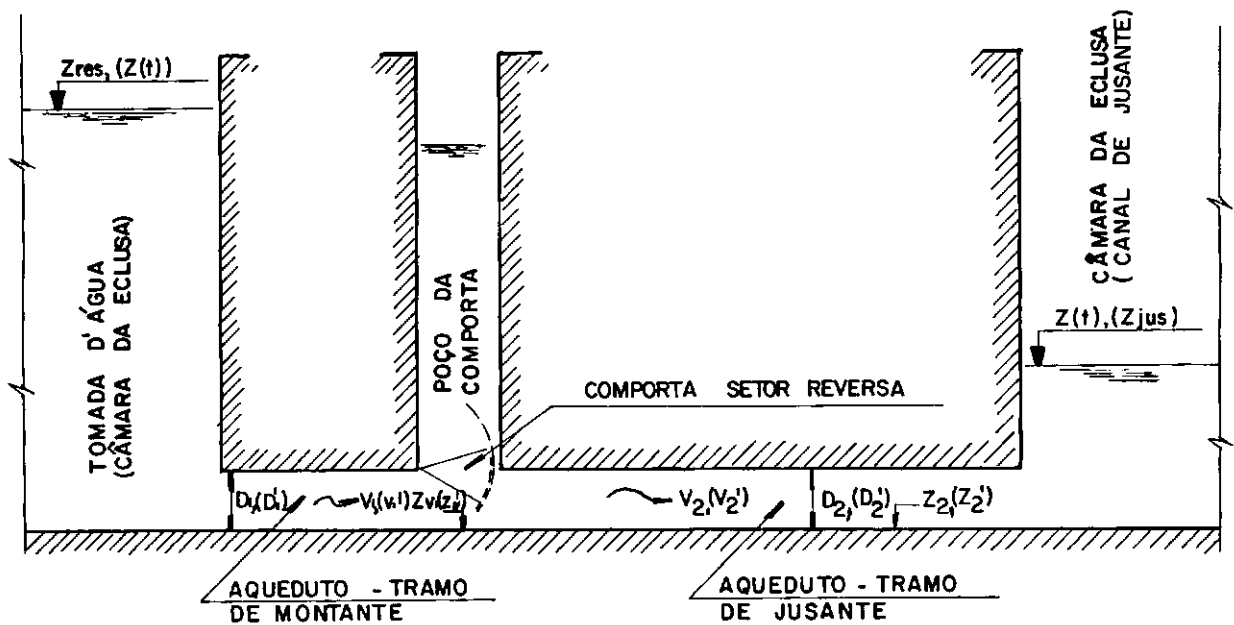


FIG. III.2 - ESQUEMATIZAÇÃO DO SISTEMA DE ENCHIMENTO E ESGOTAMENTO

## 1) operação de enchimento

1) equação dinâmica ou da quantidade de movimento (ver equação (III.9))

## a) tramo de montante

$$\gamma A_1 \left[ (z_{res} - z_v) - \left( z_1 - z_v + D_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} \right) - K_1 \frac{Q |Q|}{2g A_1^2} \right] = \rho L_1 \dot{Q} \quad (III.10)$$

$$\gamma A_2 \left[ \left( z_2 - z_v + D_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} \right) - (z(t) - z_v) - K_2 \frac{Q |Q|}{2g A_2^2} \right] = \rho L_2 \dot{Q} \quad (III.11)$$

onde:

$z_{res}$   $\Rightarrow$  cota nível d'água do reservatório

$z_v$   $\Rightarrow$  cota da soleira do poço da comporta (nível de referência)

$z_1, (z_2)$   $\Rightarrow$  cota do piso do aqueduto a montante (jusante) da comporta

$z(t)$   $\Rightarrow$  posição do nível d'água na câmara da eclusa no instante  $t$

$D_1, (D_2)$   $\Rightarrow$  altura da seção do aqueduto na seção 1 (2)

$A_1, (A_2)$   $\Rightarrow$  área transversal do aqueduto na seção 1 (2)

$v_1, (v_2)$   $\Rightarrow$  velocidade média na seção 1 (2)

$L_1, (L_2)$   $\Rightarrow$  comprimento do aqueduto de montante (jusante)

$K_1, (K_2)$   $\Rightarrow$  soma dos coeficientes de perda de carga à montante (jusante) da comporta

$\frac{p_1}{\gamma}, \left( \frac{p_2}{\gamma} \right)$   $\Rightarrow$  cota piezométrica na seção 1 (2)

ii) equação da continuidade

$$Q = A_1 v_1 = A_2 v_2 = A_c \frac{dz}{dt} = A_c \dot{z} \quad (III.12)$$

onde:  $A_c \Rightarrow$  área da superfície d'água na câmara

iii) equação de Bernoulli entre as seções (1) e (2)

$$\frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma} = K_v(t) \frac{v_1^2}{2g} + (z_2 - z_1) + (D_2 - D_1) \quad (III.13)$$

onde:  $K_v \Rightarrow$  coeficiente de perda de carga na comporta de controle de vazão entre o reservatório e a câmara da eclusa

Somando-se as equações (III.10) e (III.11), tem-se:

$$\begin{aligned} z_{res} - z_1 - D_1 - \frac{p_1}{\gamma} - \frac{v_1^2}{2g} - \alpha_1 Q |Q| + z_2 + D_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} - z(t) - \\ - \alpha_2 Q |Q| = \left[ \frac{L_1}{g A_1} + \frac{L_2}{g A_2} \right] \dot{Q} \end{aligned} \quad (III.14)$$

$$\text{onde: } \alpha_1 = \frac{K_1}{2 g A_1^2} \text{ e } \alpha_2 = \frac{K_2}{2 g A_2^2} \quad (III.15a) \text{ e } (III.15b)$$

Da equação (III.12), tem-se que  $\dot{Q} = A_c \ddot{z}$ . Assim, substituindo-se os valores de  $Q$  e  $\dot{Q}$  obtém-se:

$$z_{res} - z + (z_2 - z_1) + (D_2 - D_1) - \left[ \frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma} \right] - (\alpha_1 + \alpha_2) A_c^2 |z| \dot{z} =$$

$$= \left[ \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} \right] \ddot{z} \quad (\text{III.16})$$

$$\text{onde: } \frac{1}{\omega_1^2} = \frac{L_1 A_c}{g A_1} \quad (\text{III.17a})$$

$$\frac{1}{\omega_2^2} = \frac{L_2 A_c}{g A_2} \quad (\text{III.17b})$$

Substituindo-se a equação (III.13) determina-se a equação diferencial que representa o escoamento nos aquedutos durante a operação de enchimento da câmara de uma eclusa ( $\omega$  é a frequência natural do sistema):

$$\ddot{z} + (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_v(t)) \omega^2 A_c^2 |z| \dot{z} + \omega^2 z - \omega^2 z_{res} = 0 \quad (\text{III.18})$$

$$\text{onde: } \alpha_v(t) = \frac{K_v(t)}{2 g A_1^2} \quad (\text{III.19})$$

$$\frac{1}{\omega^2} = \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} \quad (\text{III.20})$$

As condições iniciais necessárias para a solução da equação são as seguintes:

$$z(0) = z_0 \quad \text{e} \quad \dot{z}(0) = 0 \quad (\text{III.21a}) \quad \text{e} \quad (\text{III.21b})$$

As leis de manobra viáveis das comportas devem proporcionar as seguintes condições finais (para evitar sobre-enchimentos):

$$z(T) = z_{res} \quad \text{e} \quad \dot{z}(T) = 0 \quad (\text{III.22a}) \quad \text{e} \quad (\text{III.22b})$$

onde:  $T \Rightarrow$  tempo total de operação

# 11) operação de esgotamento

1) equação dinâmica ou da quantidade de movimento (ver equação (III.9))

a) tramo de montante

$$\gamma A'_1 \left[ (z(t) - z'_v) - \left( z'_1 - z'_v + D'_1 + \frac{p'_1}{\gamma} + \frac{v'^2_1}{2g} \right) - K'_1 \frac{Q |Q|}{2g A'^2_1} \right] = \rho L'_1 \dot{Q} \quad (III.10')$$

b) tramo de jusante

$$\gamma A'_2 \left[ \left( z'_2 - z'_v + D'_2 + \frac{p'_2}{\gamma} + \frac{v'^2_2}{2g} \right) - (z_{jus} - z'_v) - K'_2 \frac{Q |Q|}{2g A'^2_2} \right] = \rho L'_2 \dot{Q} \quad (III.11')$$

onde:  $z_{jus} \Rightarrow$  cota do nível d'água a jusante da eclusa

-os demais valores têm significado idêntico aos da etapa de enchimento, considerando os novos aquedutos e seções (1') e (2')

# 11) equação da continuidade

$$Q = A'_1 v'_1 = A'_2 v'_2 = - A_c \frac{dz}{dt} = - A_c \dot{z} \quad (III.12')$$



III) equação de Bernoulli entre as seções (1') e (2')

$$\frac{p'_1}{\gamma} - \frac{p'_2}{\gamma} = K'_v(t) \frac{v'^2_1}{2g} + (z'_2 - z'_1) + (D'_2 - D'_1) \quad (III.13')$$

onde:  $K'_v(t) \Rightarrow$  coeficiente de perda de carga na comporta de controle de vazão entre a câmara da eclusa e o canal de jusante

Através da mesma sequência de raciocínio utilizada na etapa de enchimento, obtém-se a equação diferencial que representa o escoamento nos aquedutos durante a operação de esgotamento da câmara de uma eclusa:

$$z'' + (\alpha'_1 + \alpha'_2 + \alpha'_v(t)) \omega'^2 A_c^2 z |z| + \omega'^2 z - \omega'^2 z_{res} = 0 \quad (III.18')$$

$$\text{onde: } \alpha'_1 = \frac{K'_1}{2g A_1'^2} \quad (III.15a')$$

$$\alpha'_2 = \frac{K'_2}{2g A_2'^2} \quad (III.15b')$$

$$\alpha'_v(t) = \frac{K'_v(t)}{2g A_1'^2} \quad (III.19')$$

$$\frac{1}{\omega'^2} = \frac{1}{\omega_1'^2} + \frac{1}{\omega_2'^2} = \frac{L_1' A_c}{g A_1'} + \frac{L_2' A_c}{g A_2'} \quad (III.20')$$

A equação (III.18') é semelhante àquela obtida para a etapa de enchimento (a menos do termo  $\omega^2 z_{res}$  que passa a ser  $\omega'^2 z_{jus}$ ). Já as condições iniciais são rigorosamente as mesmas:

$$z(0) = z_0 \quad \text{e} \quad \dot{z}(0) = 0 \quad (\text{III.21a}') \text{ e } (\text{III.21b}')$$

As condições finais a serem alcançadas pelas de manobra viáveis da comporta são:

$$z(T) = z_{jus} \quad \text{e} \quad \dot{z}(T) = 0 \quad (\text{III.22a}') \text{ e } (\text{III.22b}')$$

onde T é novamente o tempo total de operação

Observações: 1) as cotas dos níveis d'água do reservatório e do canal de Jusante são consideradas constantes durante uma operação de enchimento ou esgotamento;

2) as equações (III.18) e (III.18') são válidas nos dois sentidos de vazão, porém, os coeficientes de perda de carga, para uma mesma equação, são diferentes para cada sentido

### III.2.2- PRESSÃO A JUSANTE DA COMPORTA

Como será visto adiante, é fundamental encontrar uma equação para expressar o valor da pressão mínima do jato ( $p_v$ ), que ocorre na seção contraída a jusante da comporta de controle de vazão, mais precisamente na seção da "vena contracta" (figura (III.3)). Para obtê-la, aplica-se a equação dinâmica do escoamento (equação da oscilação de massa) entre as seções do reservatório (caso do enchimento) ou da câmara (caso do esgotamento) e a seção da "vena contracta".

Na equação (III.9), substituindo-se os valores de  $Q$ , por  $A_h v$ , e  $\ddot{Q}$ , por  $A_c \ddot{z}$  (ver equação (III.12)), e rearrumando os termos obtém-se:

$$H_1 - H_2 - \frac{K}{2g} v^2 = \frac{L}{g} \frac{A_c}{A_h} \ddot{z} \quad (III.23)$$

Para a etapa de enchimento é necessário substituir na última expressão as cargas hidráulicas nas seções do reservatório ( $H_1$ ) e da "vena contracta" ( $H_2$ ), e considerar os valores de área ( $A_1$ ), velocidade ( $v_1$ ), comprimento ( $L_1$ ) e perda de carga ( $K_1$ ) do tramo de montante do aqueduto de enchimento. As cargas hidráulicas valem:

$$H_1 = z_{res} - z_v \quad (III.24a)$$

$$H_2 = c_c d + \frac{p_v}{\gamma} + \frac{v_v^2}{2g} \quad (\text{III.24b})$$

onde:  $c_c \Rightarrow$  coeficiente de contração do jato na comporta de controle de vazão (obtido experimentalmente para cada comporta)

$d \Rightarrow$  altura parcial da comporta

$v_v \Rightarrow$  velocidade na seção contraída do jato

$\frac{p_v}{\gamma} \Rightarrow$  carga piezométrica na seção da "vena contracta"

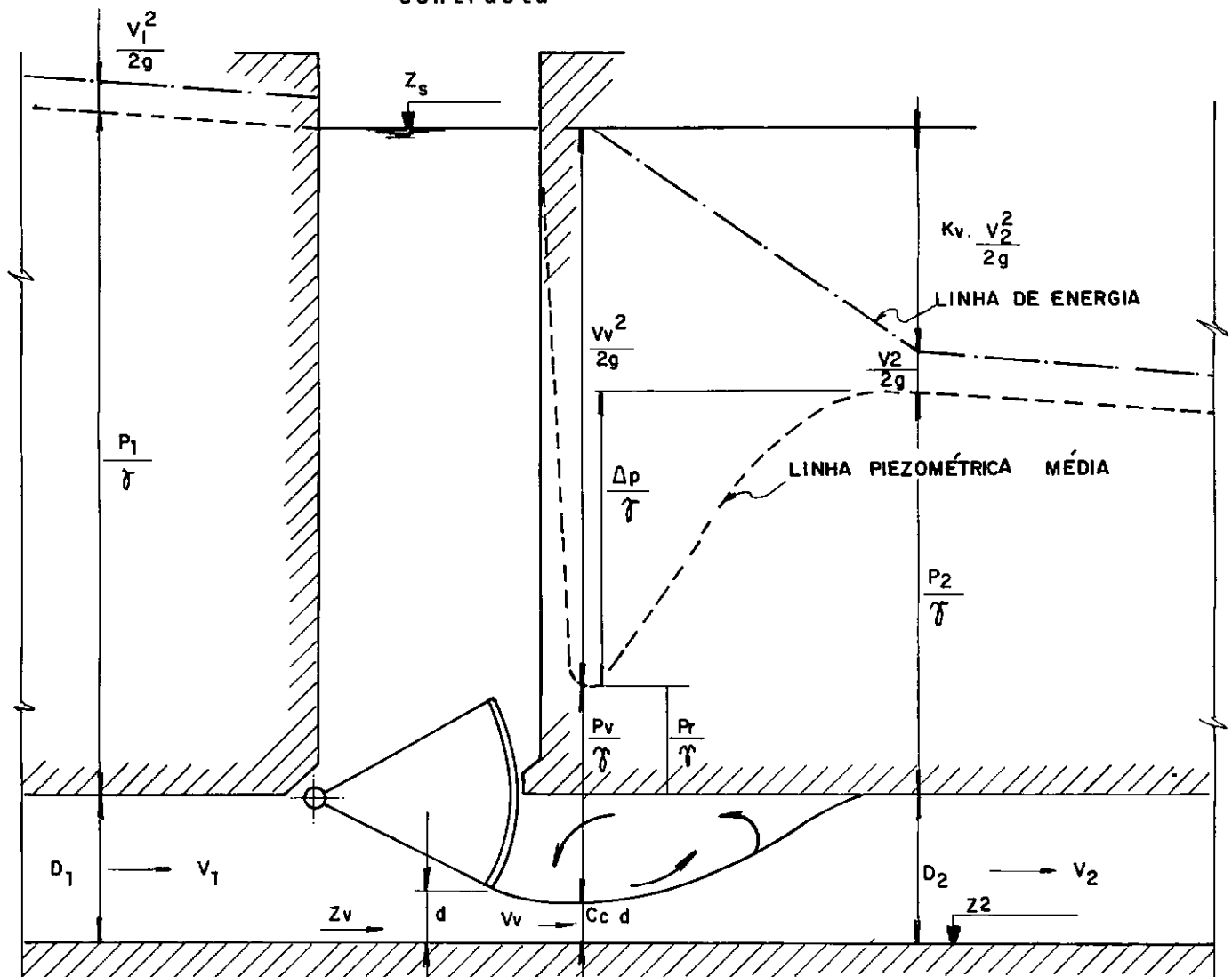


FIG. III.3 - ESCOAMENTO JUNTO À COMPORTA

Assim, substituindo na equação (III.23), tem-se:

$$z_{res} - z_v - c_c d - \frac{p_v}{\gamma} - \frac{v_v^2}{2g} - K_1 \frac{v_1^2}{2g} = \frac{z}{\omega_1^2} \quad (\text{III.25})$$

onde:  $\frac{1}{\omega_1^2} = \frac{L_1}{g} \frac{A_c}{A}$ , como já foi visto (equação (III.17a))

Da equação de continuidade (equação (III.12)) pode-se escrever:

$$Q = A_1 v_1 = c_c A v_v = A_c \dot{z} \quad (\text{III.26})$$

onde:  $A \Rightarrow$  área sob a comporta

Substituindo os valores de  $v_v$  e  $v_1$ , e admitindo que a área do aqueduto na seção da "vena contracta" é retangular (como ocorre na prática), ou seja,  $A = B_v d$  ( $B_v$  é a largura da comporta e  $d$  é a altura parcial da comporta), pode-se escrever (considerando a fase em que  $\dot{z} \geq 0$ ):

$$\frac{p_v}{\gamma} = z_{res} - z_v - \left[ K_1 + \frac{A_1^2}{c_c^2 A^2} \right] \frac{A_c^2 \dot{z}^2}{2g A_1^2} - \frac{z}{\omega_1^2} - \frac{c_c}{B_v} A \quad (\text{III.27})$$

Na etapa de esgotamento, a carga da seção da câmara é igual à diferença entre a posição do seu nível d'água, variável com o tempo, e a cota da soleira do poço da comporta.

Substituindo os valores referentes ao aqueduto de montante do sistema de esgotamento na equação (III.23) tem-se:

$$z - z'_v - c'_c d' - \frac{p'_v}{\gamma} - \frac{v'^2_v}{2g} - K'_1 \frac{v'^2_1}{2g} = \frac{z''}{\omega'^2_1} \quad (\text{III.25}')$$

onde: os valores têm significados idênticos aos da etapa de enchimento (equação (III.25)), considerando o aqueduto do sistema de esgotamento

Seguindo o mesmo desenvolvimento da etapa de enchimento obtém-se:

$$\frac{p'_v}{\gamma} = z - z'_v - \left[ K'_1 + \frac{A'^2_1}{c'^2_c A'^2} \right] \frac{A'^2_c z''}{2g A'^2_1} - \frac{z''}{\omega'^2_1} - \frac{c'_c}{B'_v} A \quad (\text{III.27}')$$

onde: novamente, os valores têm o mesmo significado da equação (III.27), considerando o aqueduto do sistema de esgotamento

Notar que as expressões foram obtidas através de uma análise de montante para jusante. Não há nenhum impedimento no raciocínio oposto, isto é, feito de jusante para montante. Porém, para o modelo que será desenvolvido, a melhor opção é a que tiver o menor número de variáveis dependentes do tempo.

A vantagem da opção escolhida, para o caso do enchimento, é a total independência da expressão em relação a perda de carga na comporta e à posição do nível d'água na câmara, que variam com o tempo.

Já para o esgotamento, a expressão fica dependente da posição do nível d'água na câmara, mas ainda independente da perda de carga na comporta. Neste último caso, uma outra opção seria encontrar uma expressão que não dependesse da posição do nível d'água, mas sim da perda de carga na comporta, fato que a tornaria mais complexa para as exigências do modelo a ser desenvolvido.

É importante determinar, para posterior consideração no critério de cavitação, o valor da pressão mínima no teto do aqueduto ( $p_r$ ), imediatamente a jusante da comporta. Da figura (III.3), pode-se obter a seguinte expressão (admitindo uma distribuição linear de pressão na região de recirculação entre o jato contraído e a abóboda do aqueduto):

$$\frac{p_r}{\gamma} = \frac{p_v}{\gamma} - D_2 + c_c d \quad (III.28)$$

A distribuição de pressões em ressalto submersos, em particular em aquedutos de grandes dimensões, é ainda uma questão do campo de pesquisa experimental e comprovação em protótipos. A medida em que os fenômenos hidráulicos envolvidos sejam quantificados de forma mais acurada, surgirão melhores critérios e valores limites relativos à cavitação. Tais critérios e valores ainda são consideravelmente empíricos e são encontrados na literatura associados ao conceito de pressão hidrostática na seção da "vena contracta".

## CAPÍTULO IV

### MODELO MATEMÁTICO PARA OTIMIZAÇÃO DAS LEIS DE MANOBRA DE COMPORTAS

#### IV.1- A IMPORTÂNCIA DOS MODELOS MATEMÁTICOS

Os estudos em modelos físicos em escala reduzida vêm desempenhando, historicamente, um importante papel como poderosa ferramenta de trabalho na resolução dos problemas hidráulicos das eclusas [3]. Porém, esses estudos não resolvem, satisfatoriamente, a totalidade dos problemas envolvidos, devido à complexidade dos fenômenos em questão. Além disso, esses modelos são de custo elevado e exigem prazos de estudo relativamente longos.

A rápida evolução e o aumento crescente de recursos dos computadores modernos possibilitaram um grande desenvolvimento dos modelos matemáticos. Com isso, tais modelos passaram a se mostrar extremamente interessantes na resolução de problemas hidráulicos relacionados às eclusas de navegação.

A análise dos escoamentos nos sistemas de enchimento e esgotamento, principalmente nas eclusas de alta queda, é bastante complexa. Aliado a este fato, o regime variável dos escoamentos, inerente às operações normais, qualquer que seja o sistema, aumenta significativamente a dificuldade dessa análise.



Alguns problemas hidráulicos de caráter transitório (oscilações de massa em chaminés de equilíbrio, golpes de aríete em condutos forçados, entre outros) vêm sendo resolvidos, há algum tempo, aplicando-se a modelagem matemática. Nas eclusas, porém, esta prática é mais recente.

Com a modelagem matemática, os cálculos hidráulicos são desenvolvidos de forma mais expedita, representativa e detalhada. Torna-se possível, então, descrições qualitativas e quantitativas mais completas dos fenômenos hidráulicos que ocorrem nas operações de enchimento e esgotamento de eclusas.

Além disso, um maior número de análises pode ser feita. Como consequência, projetos melhor investigados podem ser obtidos, e modelos de otimização das leis de manobra desenvolvidos.

## IV.2- EQUACIONAMENTO DAS RESTRIÇÕES

São várias as preocupações relacionadas com a operação das comportas de controle dos circuitos de enchimento e esgotamento das eclusas de navegação de alta queda (cavitação, entrada de ar, vibração das comportas, velocidades máximas ascensional e descensional do nível d'água da câmara, critérios de segurança das embarcações, etc). Todas elas deveriam ser consideradas quando da elaboração de um modelo de otimização das leis de manobra dessas comportas.

O modelo matemático desenvolvido apresenta algumas limitações, fato que não invalida sua utilização imediata e futura complementação. A vibração das comportas, por exemplo, não será considerada, devido à complexidade em se relacionar as grandezas envolvidas no fenômeno.

O modelo pode ser aplicado de duas maneiras: a primeira, mais simples, quando não são consideradas a entrada de ar e a limitação de operação das comportas a valores discretos (as comportas podem ser acionadas com qualquer velocidade, até o limite superior estabelecido); e a segunda, mais complexa, tornando possível eliminar as restrições anteriores (separadamente ou em conjunto).

A entrada de ar no escoamento, dentro de certos limites, é extremamente benéfica para evitar cavitação. A aplicação do modelo, na sua forma mais simples, em eclusas que permitem a entrada de ar, proporcionará a obtenção de uma lei ótima de manobra cujo tempo de operação associado é, provavelmente, maior do que o mínimo possível.

Quanto à velocidade de acionamento das comportas, a aplicação do modelo, na sua forma mais simples, em eclusas cujas comportas só possam ser acionadas com valores discretos de velocidade, resulta em uma lei de manobra que ainda deverá ser adaptada às condições reais. Isto porque esta lei, possivelmente, exigiria velocidades de manobra das comportas não permitidas.

A primeira das condições impostas ao modelo é o atendimento, em qualquer instante, da equação do escoamento (equações III.18 e III.18'). Esta é uma restrição inerente ao funcionamento da eclusa.

As outras restrições são impostas, para evitar manobras incompatíveis aos critérios de segurança para operação, ou às limitações dos equipamentos das eclusas. As restrições impostas foram as seguintes:

## 1) segurança contra a cavitação

O desenvolvimento de um único parâmetro simples de cavitação, proporcionando similaridade real, é impossível, face às muitas variáveis interferindo no processo. Como aproximação geral para desenvolver um parâmetro de cavitação, define-se índices que consistem de uma relação entre ações prevenindo a cavitação e ações causando a cavitação. O critério de projeto para cavitação pode variar, dependendo da natureza do projeto.

As velocidades do escoamento extremamente elevadas (em função das altas quedas) e as pressões muito baixas (a jusante das comportas) são duas das causas mais relevantes para a ocorrência de cavitação nos aquedutos das eclusas de alta queda. Nestes casos, o índice de cavitação normalmente utilizado corresponde ao número de Thoma, assim definido:

$$\sigma = \frac{p_v + (p_{atm} - p_v)}{\gamma \frac{v_v^2}{2g}} \quad (IV.1)$$

onde:  $p_v \Rightarrow$  pressão mínima na seção contraída do Jato

$p_{atm} \Rightarrow$  pressão atmosférica local

$p_v \Rightarrow$  pressão de vapor d'água

$v_v \Rightarrow$  velocidade do Jato na seção contraída

No numerador do índice tem-se o fator básico suprimindo a cavitação, ou seja, a magnitude da pressão média local acima da pressão de vapor da água. No denominador, as forças com tendência para criar condições cavitantes, isto é, a magnitude da carga local de velocidade.

O valor do índice de cavitação vai depender, logicamente, da seção onde são tomadas a velocidade e a pressão do escoamento. Para uma análise mais rigorosa do problema, deve ser escolhida a seção crítica, que no caso dos sistemas de enchimento e esgotamento da câmara de uma eclusa é a da "vena contracta" (figura (III.3)). Nesta seção, localizada imediatamente a jusante das comportas, ocorrem as maiores velocidades e as pressões mais baixas.

O índice de cavitação é utilizado para determinar, em uma primeira análise, se há risco ou não de cavitação junto às comportas. Para que os riscos diminuam, deve-se respeitar, durante toda a manobra, o seguinte critério:

$$\sigma > \sigma_{crit} \quad (IV.2)$$

onde:  $\sigma_{crit} \Rightarrow$  valor crítico do índice de cavitação, função da abertura da comporta (é sugerido pela prática, para cada tipo de comporta)

Quando a aeração natural do fluxo a jusante da comporta é possível, garantida pela ocorrência de pressões negativas (dentro de certas faixas), o critério de cavitação não precisa ser atendido. Nas eclusas de Tucuruí [7], por exemplo, a faixa de pressões negativas a jusante das comportas, a fim de assegurar condições propícias de autoaeração do escoamento, está entre -3,0 m.c.a. e -8,0 m.c.a. Nestes casos, o critério de cavitação passa a ser:

$$\sigma \text{ qualquer, quando } -3,0 \text{ m.c.a.} > \frac{p_r}{\gamma} > -8,0 \text{ m.c.a.}$$

(IV.3)

$$\sigma > \sigma_{\text{crít}}, \text{ quando } \frac{p_r}{\gamma} > -3,0 \text{ m.c.a. e } \frac{p_r}{\gamma} < -8,0 \text{ m.c.a.}$$

(IV.4)

Os valores limites da pressão mínima no teto do aqueduto a jusante da comporta ( $p_r$ ) foram obtidos sem considerar os efeitos da aeração. A determinação do limite superior está relacionada à garantia de uma boa aeração do escoamento, o que não seria possível com valores superiores.

Já o limite inferior é imposto pela prática atual, sendo considerado conservador. Não há conhecimento de eclusas que sejam operadas com valores de  $(p_r/\gamma)$  inferiores a -8,0 m.c.a.; portanto, pela falta de experiência, desconhece-se os efeitos danosos que poderiam ser provocados com valores abaixo deste limite.

## 11) limitação das velocidades máximas de abertura e fechamento das comportas

Os servo-mecanismos, responsáveis pelo acionamento das comportas de controle de vazão dos circuitos de enchimento e esgotamento de uma eclusa, devem permitir o seu funcionamento nas mais diferentes condições de operação. Logicamente, existe um limite prático para a velocidade máxima, tanto na abertura, quanto no fechamento, que precisa ser considerado quando da procura da lei ótima. Assim, a seguinte relação terá que ser obedecida a qualquer instante:

$$-v_{\max} < \frac{dA}{dt} < v_{\max} \quad (\text{IV.5})$$

onde:  $v_{\max} \Rightarrow$  máxima velocidade do servo-mecanismo  
(em  $\text{m}^2/\text{s}$ )

Em algumas eclusas, os servo-mecanismos limitam os movimentos das comportas, restringindo sua movimentação a um número restrito de velocidades. Nestes casos, torna-se necessária a definição de mais restrições para representar corretamente o que ocorre na prática. Por exemplo, uma comporta que só pode ser aberta ou fechada com uma velocidade  $v$ , a qualquer instante, teria seus movimentos representados da seguinte forma:

$$\frac{dA}{dt} = v, \text{ abertura com velocidade } v \text{ (única possível)} \quad (\text{IV.6a})$$

ou

$$\frac{dA}{dt} = 0, \text{ manutenção da posição da comporta} \quad (\text{IV.6b})$$

ou

$$\frac{dA}{dt} = -v, \text{ fechamento com velocidade } v \text{ (única possível)} \quad (\text{IV.6c})$$

III) limitação das velocidades máximas ascendente e descendente do nível d'água na câmara da eclusa

A evolução dos sistemas de enchimento e esgotamento das câmaras de eclusas tem como um dos objetivos garantir a maior uniformidade possível da operação. Diretamente relacionada à desuniformidade da operação, as perturbações no interior da câmara provocam esforços adicionais nos cabos de amarração das embarcações. No caso da ruptura destes, originando uma colisão da embarcação contra as portas da câmara, os prejuízos podem ser grandes.

Desta forma, com intuito de reduzir os riscos de ruptura dos cabos de amarração, limites de velocidades máximas ascendente e descendente do nível d'água são sugeridos para as eclusas em operação. Deve-se salientar que, caso o enchimento ou o esgotamento da câmara fosse perfeitamente uniforme, não haveria limite de velocidade, já que os esforços nos cabos são proporcionais às ondulações no interior da câmara.

Portanto, a seguinte relação terá que ser respeitada:

$$|\dot{z}| \leq |\dot{z}_{\max}| \quad (\text{IV.7})$$

onde:  $\dot{z}_{\max} \Rightarrow$  velocidade máxima ascendente ou descendente, sugerida pela prática e dependente das características de cada eclusa



### IV.3- ESCOLHA DO MODELO

#### IV.3.1- A OPÇÃO POR PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA

A otimização das leis de manobra de comportas dos circuitos de enchimento e esgotamento de eclusas de navegação é tipicamente um problema de controle ótimo. Isto porque deseja-se determinar um controle admissível (uma lei de manobra para as comportas) que possibilite o processo de enchimento ou esgotamento a satisfazer as restrições impostas (equação do escoamento, cavitação, limitação do servo-mecanismo, entre outras) e concomitantemente otimizar um determinado critério (minimização do tempo de operação).

Um exemplo característico e simplificado de problema de controle ótimo [8] é o de encontrar a maneira de se levar um carro do ponto A ao ponto B (linha reta e horizontal - ver figura (IV.1)) no menor tempo possível. Neste caso, as seguintes restrições podem ser impostas: a) limite máximo para a aceleração, função do motor; b) limite máximo para desaceleração, função do sistema de freio; c) o carro não pode retornar; e d) o consumo é menor ou igual à quantidade de combustível no instante inicial.

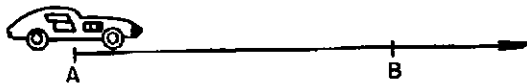


FIG. IV.1 - PROBLEMA SIMPLIFICADO DE CONTROLE ÓTIMO

O cálculo variacional é um campo da matemática muito útil para resolver problemas de controle ótimo. Um problema de interesse histórico é o da braquistócrona ("tempo mínimo" em grego). Sob a influência apenas da gravidade, uma esfera desliza por uma superfície sem atrito com pontos inicial (A) e final (B) fixos (ver figura (IV.2)).

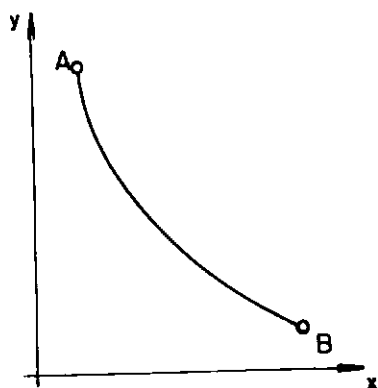


FIG. IV.2 - SUPERFÍCIE QUE PERMITE UMA ESFERA DESLIZAR SEM ATRITO DE (A) A (B) NO MENOR TEMPO (BRAQUISTÓCRONA)

O problema consiste em se encontrar a forma da superfície que faz com que a esfera vá de (A) até (B) no menor tempo. A resposta é uma curva, a braquistócrona, cuja equação pode ser obtida através do cálculo variacional.

Procurou-se obter uma formulação fechada, em termos de equações diferenciais ou sistema de equações algébricas, com condições de contorno, que permitissem representar o problema. A partir daí, a lei de manobra ótima seria o resultado de uma equação diferencial, ou seja, obtido o princípio variacional, seu mínimo seria a curva solução do problema.

No problema da braquistócrona foi obtido um equacionamento que permitiu uma solução direta. Porém, no caso da eclusa, a solução direta não foi alcançada, pois não foi possível resolver as equações de Euler explicitamente. Além da forte não linearidade de algumas expressões, este não é um problema físico natural, uma vez que, por exemplo, não existem princípios variacionais relacionados à cavitação.

As tentativas para obtenção de uma equação diferencial que tivesse como variável uma função de área sob a comporta ao longo do tempo foram exaustivas, porém sem sucesso. Não há como afirmar se existe uma solução analítica, pois essas tentativas não foram completamente esgotadas. Antes de utilizar recursos mais complexos, optou-se por reduzir o problema de controle ótimo a um problema de programação matemática, resolvendo-se este último numericamente.

## IV.3.2- O MODELO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR SEQUENCIAL

Para elaborar o problema de otimização é necessário definir, inicialmente, uma função objetivo. Esta deve ser maximizada ou minimizada, sujeita a algumas restrições e condições de contorno, que também precisam ser determinadas.

Como função objetivo, escolheu-se a velocidade média do nível d'água na câmara. Neste caso, procura-se a maximização da função objetivo, uma vez que o valor máximo da velocidade média em uma operação com níveis extremos fixos está associado ao tempo mínimo; e com tempo de operação fixo, à máxima diferença de nível.

Arbitrando-se a velocidade do nível d'água positiva, quando este está subindo, e negativa no sentido contrário, as funções a serem maximizadas são:

$$FO_1 = \frac{1}{T} \int_0^T \dot{z} \, dt \quad (\text{enchimento}) \quad (IV.8a)$$

$$FO_2 = - \frac{1}{T} \int_0^T \dot{z} \, dt \quad (\text{esgotamento}) \quad (IV.8b)$$

sendo T o tempo total de operação

- sujeitas a (ver capítulo (III)):

$$\ddot{z} + (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_v(t)) \omega^2 A_c^2 z + \omega^2 (z - z_{ref}) = 0 \quad (IV.9a)$$

onde:

$$z_{ref} = \begin{cases} z_{res}, & \text{para o enchimento} \\ z_{jus}, & \text{para o esgotamento} \end{cases}$$

$$\frac{\frac{p_v}{\gamma} + \frac{p_{atm}}{\gamma} - \frac{p_v}{\gamma}}{\frac{z}{2} \frac{v_v}{g}} \geq \sigma_{crit} \quad (IV.9b)$$

$$-v_{max} \leq \frac{dA}{dt} \leq v_{max} \quad (IV.9c)$$

$$0 \leq A \leq A_{VT} \quad (IV.9d)$$

$$\left. \begin{array}{l} \dot{z} \geq 0 \quad (\text{no enchimento}) \\ \dot{z} \leq 0 \quad (\text{no esgotamento}) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{evitando encher ou esgotar a} \\ \text{a câmara em demasia} \end{array} \quad (IV.9e) \text{ e } (IV.9f)$$

$$\dot{z} \leq \dot{z}_{max} \quad (\text{no enchimento}) \quad (IV.9g)$$

$$\dot{z} \geq -\dot{z}_{max} \quad (\text{no esgotamento}) \quad (IV.9h)$$

As condições iniciais são bem definidas, quais sejam:

$$z(0) = z_0 \quad \text{e} \quad \dot{z}(0) = 0 \quad (IV.9i) \text{ e } (IV.9j)$$

Já as condições finais, como será mostrado adiante, são de suma importância para determinação da forma pela qual se pretende resolver o problema.

Da maneira como foi equacionado, o problema se apresenta bastante complexo, face à forma da função objetivo e à não linearidade de algumas restrições. A discretização da função de velocidade do nível d'água na câmara permite uma simplificação da função objetivo, uma vez que a integral da função  $\dot{z}$  entre  $t = 0$  e  $t = T$  seria igual ao somatório dos valores discretizados de  $\dot{z}$  (multiplicados pelos respectivos coeficientes). Assim a função objetivo passa a ser:

$$FO_1 = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^N b_i \dot{z}_i \quad (IV.10a)$$

$$FO_2 = - \frac{1}{T} \sum_{i=1}^N b_i \dot{z}_i \quad (IV.10b)$$

onde:  $N \Rightarrow$  número de pontos em que a função é discretizada

$b_i \Rightarrow$  coeficientes que dependem exclusivamente da maneira como será discretizado cada problema, isto é, dependem dos intervalos que são arbitrados na tentativa de melhor representar o sistema

Algumas das restrições do problema são não-lineares, independentemente da discretização das variáveis de posição e aceleração. Isto seria um indício à aplicação de técnicas de programação não-linear para solucionar o problema.

Porém, pareceu ser mais indicada, face à simplicidade de aplicação, a utilização do método de programação linear sequencial, ou "Kelley's cutting plane method" [9 - 10]. Isto só foi possível devido à linearidade da função objetivo.

Este método consiste, inicialmente, na obtenção de um vetor que atenda às restrições não-lineares. Estas são linearizadas em torno desse vetor, e o problema é resolvido aplicando-se um método de programação linear. De posse do novo vetor, repete-se o processo de linearização e solução do problema até que o vetor solução obtido tenha a precisão requerida.

Como primeiro passo, todas as restrições não-lineares devem ser linearizadas. Via expansão em séries de Taylor de 1ª ordem, por exemplo, considera-se  $z_i = z_i^0 + \Delta z_i$  e  $A_i = A_i^0 + \Delta A_i$ , onde  $A$  é o somatório das áreas sob as comportas, ou, de forma mais simples, a área sob as comportas, e o índice superior identifica o ponto sobre o qual a expansão é feita. Os valores  $\Delta z_i$  e  $\Delta A_i$  são os incrementos da velocidade e da área sob as comportas, respectivamente, nos pontos considerados.

Era preciso definir quais seriam as variáveis do problema. A escolha do vetor de velocidade do nível d'água na câmara era bastante lógica, uma vez que a função objetivo está diretamente relacionada com esses valores.

Além disso, todas as outras variáveis do problema que aparecem nas restrições podem ser obtidas, através da discretização (posição, aceleração e pressões) ou da equação diferencial (área sob as comportas, de forma implícita), como função das velocidades do nível d'água.

Restava analisar a viabilidade de se escolher outro vetor de variáveis. Se por um lado o número de variáveis fosse aumentar, por outro, o problema poderia ficar mais simples.

Basicamente em função da restrição que limita as velocidades máximas de abertura e fechamento das comportas, admitiu-se um outro vetor, o das áreas sob as comportas (A). Outra vantagem dessa escolha é a simplificação da linearização dos termos de perda de carga que aparecem na equação do escoamento e na inequação do critério de segurança contra cavitação.

#### IV.3.3- OTIMIZAÇÃO NUMÉRICA COM TEMPO TOTAL DE OPERAÇÃO LIVRE E POSIÇÃO FINAL DO NÍVEL D'ÁGUA ESPECIFICADA

Escolhido o método, optou-se por aplicá-lo em uma formulação que tivesse o tempo total de operação livre e a posição final do nível d'água especificada (ver figura (IV.3)). Era necessário determinar a(s) condição(ões) final(is) e definir exatamente a função objetivo.



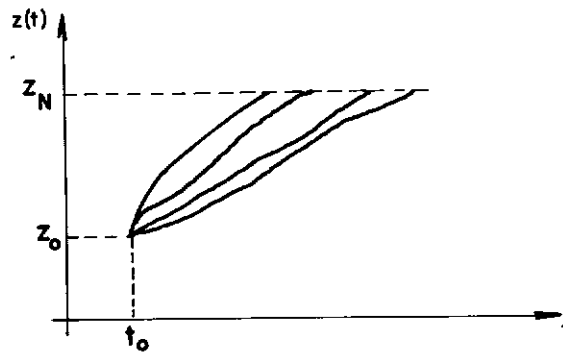


FIG. IV.3 - CURVAS ADMISSÍVEIS COM TEMPO TOTAL LIVRE E POSIÇÃO FINAL DO NÍVEL D'ÁGUA ESPECIFICADA.

Discretizando o tempo total  $T$  de operação em  $N$  intervalos e associando variáveis  $\dot{z}_i$  (velocidade do nível d'água na câmara) aos extremos de cada um, pode-se definir, em função dessas, os valores de  $z_i$  (posição do nível d'água na câmara) e  $\ddot{z}_i$  (aceleração do nível d'água). Para isto foi escolhido o método implícito de Adams-Moulton de 2ª ordem [11], também conhecido como a "regra do trapézio":

$$y_{i+1} = y_i + \frac{\Delta t}{2} (\dot{y}_i + \dot{y}_{i+1}) \quad (\text{IV.11})$$

As condições finais que devem ser observadas são:  $z_N = z_{\text{res}}$  (garantindo o enchimento ou esgotamento total da câmara),  $\dot{z}_N = 0$  (evitando encher ou esgotar a câmara em demasia) e  $\ddot{z}_N = 0$  (garantindo as comportas fechadas ao final da operação).

Assim, aplicando a "regra do trapézio" para  $z$  e  $\ddot{z}$ , obtêm-se as seguintes expressões:

$$\sum_{j=1}^{N-1} \dot{z}_j = \frac{N}{T} (z_N - z_0) \Rightarrow T = \frac{N (z_N - z_0)}{\sum_{j=1}^{N-1} \dot{z}_j} \quad (\text{IV.12})$$

$$z_i = z_0 + \frac{(z_N - z_0)}{\sum_{j=1}^{N-1} \dot{z}_j} \left[ \sum_{j=1}^{i-1} \dot{z}_j + \frac{\dot{z}_i}{2} \right] \quad (\text{IV.13})$$

para  $i = 1, 2, 3, \dots, N$

$$\ddot{z}_i = \frac{2 \sum_{j=1}^{N-1} \ddot{z}_j}{(z_N - z_0)} \left[ \ddot{z}_i + 2 \sum_{j=1}^{i-1} (-1)^j \ddot{z}_{i-j} \right] \quad (IV.14)$$

para  $i = 1, 2, 3, \dots, N-1$

A equação (IV.12) indica que, para minimizar o tempo total de operação  $T$ , é necessário maximizar o somatório das variáveis  $\ddot{z}$ . Notar que a função objetivo escolhida no item anterior resulta da própria aplicação da regra do trapézio (equação (IV.12)), já que os valores de  $N$  e  $(z_N - z_0)$  são fixos para cada problema. A escolha de intervalos de tempo diferentes é possível, porém implicaria em relações mais complexas.

Para iniciar o processo, gerou-se um vetor inicial atendendo todas as restrições, e obedecendo as condições iniciais e finais. A partir daí, arbitrou-se um valor para  $N$ , constante do problema, e os primeiros valores para as variáveis  $\ddot{z}$  considerados são aqueles correspondentes aos  $N$  intervalos. Linearizou-se as restrições em torno deste ponto e aplicou-se o método Simplex de Programação Linear.

Esta tentativa, infelizmente, não teve o êxito esperado. Provavelmente porque: a) os valores de aceleração obtidos não eram suficientemente precisos; b) o desconhecimento do valor de  $T$  em cada aplicação do problema fez com que cada valor de posição e aceleração ficasse dependente do valor de  $\Delta t$  ( $\Delta t = T / N$ ), ou seja, de todos os valores de  $\ddot{z}_i$  (ver equação (IV.12)). Assim, partiu-se para uma nova tentativa, mudando a concepção do problema.

#### IV.3.4- OTIMIZAÇÃO NUMÉRICA COM TEMPO TOTAL DE OPERAÇÃO ESPECIFICADO E POSIÇÃO FINAL DO NÍVEL D'ÁGUA LIVRE

A ideia da nova formulação surgiu com o objetivo de superar os principais problemas observados anteriormente. Os valores da posição do nível d'água eram obtidos com precisão razoável em função dos respectivos valores de velocidade, porém o mesmo não acontecia em relação a aceleração. A partir daí, tentou-se melhorar a precisão dos valores obtidos, através de outras relações entre as variáveis.

Optou-se pela aplicação da transformada de Laplace na equação diferencial que representa o escoamento nos aquedutos de enchimento e esgotamento das câmaras de uma eclusa. Desta forma, foram obtidas relações entre as variáveis de posição, velocidade e aceleração do nível d'água da câmara baseando-se somente em integrais de funções das variáveis de velocidade.

Como mostrado no apêndice (A), estas equações são mais precisas do que o método Runge-Kutta, primeiramente utilizado para simular uma eclusagem. Assim, as relações entre as variáveis de posição, velocidade e aceleração, como função das variáveis de velocidade, são obtidas "internamente", isto é, baseada na própria equação diferencial que deve ser atendida a cada instante.

O segundo grande problema, o desconhecimento do valor do tempo total de operação  $T$ , foi resolvido considerando o problema sob uma outra concepção. O tempo  $T$  passou a ser especificado e o nível d'água final passou a ser livre (ver figura (IV.4)). Desta maneira, os valores da posição, velocidade e aceleração do nível d'água na câmara em qualquer instante  $i$  dependem apenas dos valores da velocidade dos instantes  $j$  igual a 0 (zero) até  $j$  igual a  $i$ , simplificando o problema.

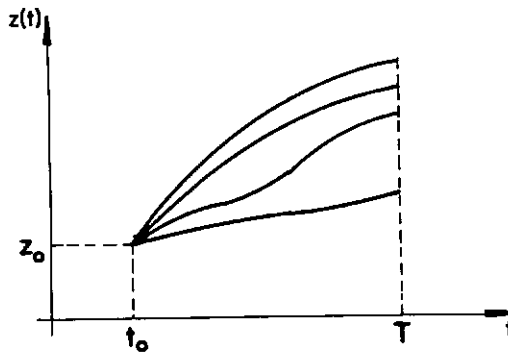


FIG. IV.4 - CURVAS ADMISSÍVEIS COM TEMPO TOTAL ESPECIFICADO E POSIÇÃO FINAL DO NÍVEL D'ÁGUA LIVRE.

Quanto a função objetivo comentada no item (IV.3.2), não há modificação nenhuma a fazer. Maximizar a expressão (IV.10) com o valor T fixo é equivalente a maximizar o somatório das velocidades do nível d'água na câmara multiplicadas pelos respectivos coeficientes. Neste caso, com T fixo, está se maximizando a posição do nível d'água final da câmara, como mostra o raciocínio seguinte:

$$\Delta z = \dot{z}_{\text{méd}} T \quad (\text{IV.15})$$

$$\text{como: } \Delta z = z_N - z_O \quad (\text{IV.16})$$

e:

$$\dot{z}_{\text{méd}} = \frac{\sum_{i=1}^N b_i \dot{z}_i}{T} \quad (\text{IV.17})$$

$$\text{logo: } z_N - z_O = \sum_{i=1}^N b_i \dot{z}_i \quad (\text{IV.18})$$

Em relação às condições finais, a posição do nível d'água final da câmara, como comentado anteriormente, é livre. A velocidade do nível d'água da câmara ao final da operação deve ser nula. Para tanto, basta exigir, também como condição final, que as comportas estejam fechadas.

Na formulação anterior, a solução do problema seria proveniente de uma única corrida do programa. Já com a nova formulação, são necessários dois ciclos iterativos para resolver o problema.

O primeiro, quando o método de programação linear sequencial é aplicado para um determinado tempo  $T_m$ , visando maximizar a posição atingida pelo nível d'água na câmara ao final da operação. E o segundo, externo ao anterior, para verificar se o tempo  $T_m$  é o tempo mínimo; e, caso não seja, para determinar o novo tempo de operação  $T_{m+1}$  a ser considerado (obtido através do método da bissecção)

Para iniciar o processo, faz-se uma estimativa dos tempos mínimo e máximo de operação (como será explicado no item IV.5.1.a). O primeiro tempo escolhido (tempo  $T_1$ ) será o médio entre os dois.

Estima-se um vetor inicial para este tempo, onde a posição do nível d'água na câmara fique sempre abaixo da cota do nível d'água do reservatório, no caso do enchimento, e acima da cota do nível d'água do canal de jusante, no caso do esgotamento. A simulação é feita através do equacionamento obtido com a transformada de Laplace.

Aplica-se, então, o método de programação linear sequencial, interrompendo o processo com o atendimento do critério de convergência (ver item (IV.3.2)). Admite-se tê-lo atingido, para um determinado tempo  $T_m$ , quando a posição do nível d'água final para uma etapa de linearização é igual (com a precisão desejada) à posição do nível d'água final da etapa anterior

A partir daí, o critério de convergência do ciclo externo é analisado, para verificar se  $T_m$  é o tempo mínimo de operação. Este critério consiste em comparar a posição final do nível d'água na câmara e a cota do nível d'água do reservatório (caso do enchimento) ou do canal de jusante (caso do esgotamento).

Na etapa de enchimento, por exemplo, são possíveis os seguintes casos:

- a) em alguma etapa do método de programação linear sequencial, mesmo antes de se conseguir a convergência do ciclo interno, a posição do nível d'água na câmara ultrapassa a cota do nível d'água do reservatório;
- b) depois de obtida a convergência, a posição final do nível d'água é mais alta do que a cota do nível d'água do reservatório;
- c) depois de obtida a convergência, a posição final do nível d'água é mais baixa do que a cota do nível d'água do reservatório; e
- d) depois de obtida a convergência, a posição final do nível d'água é igual à cota do nível d'água do reservatório (ou está tão próxima quanto se queira).

Nos casos a e b, o tempo analisado ( $T_m$ ) é maior do que o tempo ótimo, uma vez que foi atingida, durante a operação, uma posição do nível d'água mais alta do que a cota do nível d'água do reservatório. Repete-se o processo para um tempo total ( $T_{m+1}$ ) fixo menor (valor médio entre este e o primeiro tempo total menor para o qual o processo não foi atendido).

No caso c, o tempo considerado ( $T_m$ ) é menor do que o tempo ótimo, pois não há como chegar a uma posição superior do nível d'água para este tempo específico. Repete-se o processo com um tempo total ( $T_{m+1}$ ) fixo maior (valor médio entre este e o primeiro tempo total superior para o qual o processo não foi atendido).

Finalmente, no caso d, a lei de manobra de comporta correspondente indica a melhor lei que pode ser obtida. O tempo de operação é mínimo e a posição do nível d'água, igual à cota do nível d'água do reservatório, é alcançada ao final da operação, sem antes ter sido ultrapassada.

O modelo com esta concepção apresentou bons resultados, isto é, as novas leis de manobra, para um mesmo tempo de operação  $T_m$ , possibilitam alcançar posições dos níveis d'água na câmara mais próximas da cota desejada. Consequentemente, com auxílio do método da bissecção, pode-se determinar o tempo mínimo de operação.



## IV.4- LINEARIZAÇÃO DAS RESTRIÇÕES

A linearização das restrições impostas à operação de uma eclusa é uma etapa de extrema importância do modelo desenvolvido. A eficiência do método de linearizações sucessivas será determinada pelo ponto sob o qual será feita a linearização e pelo grau de aproximação desta. As linearizações foram obtidas utilizando-se apenas os dois primeiros termos da série de Taylor, ou seja:

$$Y(w) = Y(c) + \left. \frac{dY}{dw} \right|_{w=c} \Delta w \quad (IV.19)$$

As restrições que limitam os valores máximos das variáveis de velocidade do nível d'água na câmara da eclusa e das áreas sob as comportas, e as restrições relativas à limitação das velocidades máximas de abertura e fechamento das comportas, já estão sob uma forma linear após a discretização. As restrições que representam o escoamento e as restrições relativas à segurança contra a cavitação (além daquelas que indicam o valor da pressão mínima) foram linearizadas como mostra o desenvolvimento seguinte:

a) equações do escoamento (equações de velocidade)

- ver equação (A.12) no Apêndice (A) (considerando valores discretizados)

$$\dot{z}(t_i) = \omega (z_{res} - z_0) \sin \omega t_i + \dot{z}(0) \cos \omega t_i -$$

$$\begin{aligned}
& - \omega^2 \cos \omega t_i \int_c^{t_i} \phi(\eta) \cos \omega \eta \, d\eta - \\
& - \omega^2 \sin \omega t_i \int_c^{t_i} \phi(\eta) \sin \omega \eta \, d\eta
\end{aligned} \tag{IV.20}$$

$$\begin{aligned}
\text{onde: } \phi(t) &= \left[ \frac{K_1}{2 \, g \, A_1^2} + \frac{K_2}{2 \, g \, A_2^2} + \frac{K_v}{2 \, g \, A_1^2} \right] A_c^2 \dot{z}(t) |\dot{z}(t)| = \\
&= \alpha(t) \dot{z}(t) |\dot{z}(t)|
\end{aligned} \tag{IV.21}$$

- como mostrado no Apêndice (A), a aproximação utilizada para o cálculo da integral foi aquela que considera  $\phi(t)$  linear em cada intervalo. Portanto, tem-se:

$$\begin{aligned}
\dot{z}_i(t_i) &= \dot{z}_i = \omega (z_{res} - z_0) \sin \omega t_i + \dot{z}_0 \cos \omega t_i - \\
&- \omega \sum_{j=1}^i \left\{ \left[ \phi_{j-1} \sin \omega (t_i - t_{j-1}) - \phi_j \sin \omega (t_i - t_j) \right] + \right. \\
&+ \left. \frac{(\phi_j - \phi_{j-1})}{t_j - t_{j-1}} \left[ \cos \omega (t_i - t_j) - \cos \omega (t_i - t_{j-1}) \right] \right\}
\end{aligned} \tag{IV.22}$$

- a expressão linearizada é obtida substituindo  $\dot{z}_i$  por  $\dot{z}_i^0 + \Delta \dot{z}_i$ . O valor de  $\phi_i$  também deve ser transformado, uma vez que depende do valor do coeficiente de perda de carga  $K_{v_i}$  (função da área sob as comportas) e de  $\dot{z}_i$ . Assim:

$$\phi_i = \left[ \frac{K_1}{2 \, g \, A_1^2} + \frac{K_2}{2 \, g \, A_2^2} + \frac{K_v}{2 \, g \, A_1^2} \right] A_c^2 \dot{z}_i^0 = \alpha_i \dot{z}_i^0 \tag{IV.23}$$

- e linearizando:

$$\phi_i^0 + \Delta\phi_i = \alpha_i^0 z_i^{0^2} + 2 \alpha_i^0 z_i^0 \Delta z_i + \left. \frac{d\alpha}{dA} \right|_{A=A_i^0} z_i^{0^2} \Delta A_i \quad (IV.24)$$

$$\text{onde: } \frac{d\alpha}{dA} = \frac{A_c^2}{2 g A_1^2} \frac{dK_v}{dA} \quad (IV.25)$$

- Investigações em modelos reduzidos e protótipos possibilitam a elaboração de um gráfico relacionando o coeficiente  $K_v$  e a área relativa sob a comporta ( $A_r$ ) para cada comporta. A área relativa é igual a área sob as comportas dividida pela área total (comportas completamente abertas), ou seja:

$$A_r = \frac{A}{A_{VT}} \quad (IV.26)$$

- portanto:

$$\frac{dK_v}{dA} = \frac{1}{A_{VT}} \frac{dK_v}{dA_r} \quad (IV.27)$$

- o valor  $\frac{dK_v}{dA_r}$ , para qualquer valor de área relativa, pode ser obtido pelo gráfico  $K_v \times A_{VT}$ . Desta forma, pode-se escrever:

$$\frac{d\alpha}{dA} = \frac{A_c^2}{2 g A_1^2 A_{VT}} \frac{dK_v}{dA} = \frac{A_c^2}{2 g A_1^2 A_{VT}} \frac{dK_v}{dA} \quad (IV.28)$$

- substituindo a equação (IV.28), para o ponto  $A_r^O = A_i^O/A_{VT}$  na equação (IV.24), obtém-se a expressão linearizada de  $\phi$ :

$$\begin{aligned} \phi_i + \Delta\phi_i &= \alpha_i^O \dot{z}_i^c + 2 \alpha_i^O \dot{z}_i^O \Delta z_i + \\ &+ \frac{A_c^z}{2 g A_1^z A_{VT}} \left. \frac{dK_v}{dA_{ri}} \right|_{A_{ri}^O = A_i^c/A_{VT}} \dot{z}_i^c \Delta A_i \end{aligned} \quad (IV.29)$$

Com esses valores é possível linearizar a expressão nas variáveis  $\dot{z}$  e  $A$ . O primeiro passo é reescrever a equação (IV.22), colocando os valores de  $\phi_j$  e  $\phi_{j-1}$  em evidência:

$$\begin{aligned} \dot{z}(t_i) = \dot{z}_i &= \omega (z_{res} - z_O) \sin \omega t_i + \dot{z}_O \cos \omega t_i - \\ &+ \sum_{j=1}^i \left\{ \left[ \frac{[\cos \omega (t_i - t_j) - \cos \omega (t_i - t_{j-1})]}{(t_j - t_{j-1})} - \right. \right. \\ &\left. \left. - \omega \sin \omega (t_i - t_{j-1}) \right] \phi_{j-1} - \left[ \frac{[\cos \omega (t_i - t_j) - \cos \omega (t_i - t_{j-1})]}{(t_j - t_{j-1})} - \right. \right. \\ &\left. \left. - \omega \sin \omega (t_i - t_j) \right] \phi_j \right\} \end{aligned} \quad (IV.30)$$

- fazendo:  $P_i = \omega (z_{res} - z_O) \sin \omega t_i + \dot{z}_O \cos \omega t_i$

(IV.31)

$$E1_{ij} = \frac{[\cos \omega (t_i - t_j) - \cos \omega (t_i - t_{j-1})]}{(t_j - t_{j-1})} - \omega \sin \omega (t_i - t_{j-1}) \quad (IV.32)$$

$$E0_{ij} = \frac{[\cos \omega (t_i - t_j) - \cos \omega (t_i - t_{j-1})]}{(t_j - t_{j-1})} - \omega \sin \omega (t_i - t_j) \quad (IV.33)$$

- e substituindo na equação (IV.30) passa-se a ter:

$$\dot{z}_i = P_i + \sum_{j=1}^i [\phi_{j-1} E1_{ij} - \phi_j E0_{ij}] \quad (IV.34)$$

- linearizando tem-se:

$$\begin{aligned} \dot{z}_i^c + \Delta \dot{z}_i = P_i + \sum_{j=1}^i \left[ \left( \alpha_{j-1}^c \dot{z}_{j-1}^c + z \alpha_{j-1}^c \dot{z}_{j-1}^c \Delta \dot{z}_{j-1} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{A_c^2}{2 g A_1^2 A_{VT}} \frac{dK_v}{dA_{rj-1}} \dot{z}_{j-1}^c \Delta A_{j-1} \right) E1_{ij} - \left( \alpha_j^c \dot{z}_j^c + \right. \right. \\ \left. \left. + z \alpha_j^c \dot{z}_j^c \Delta \dot{z}_j + \frac{A_c^2}{2 g A_1^2 A_{VT}} \frac{dK_v}{dA_{rj}} \dot{z}_j^c \Delta A_j \right) E0_{ij} \right] \quad (IV.35) \end{aligned}$$

- separando os termos dependentes e independentes, chega-se a seguinte equação:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{z}_l - \sum_{j=1}^l \left[ \left( 2 \alpha_{j-1}^c \dot{z}_{j-1}^c \Delta \dot{z}_{j-1} + \frac{A_c^2}{2 g A_1^2 A_{VT}} \frac{dK_v}{dA_{r_{j-1}}} \dot{z}_{j-1}^c \Delta A_{j-1} \right) E1_{lj} - \right. \\ \left. - \left( 2 \alpha_j^c \dot{z}_j^c \Delta \dot{z}_j + \frac{A_c^2}{2 g A_1^2 A_{VT}} \frac{dK_v}{dA_{r_j}} \dot{z}_j^c \Delta A_j \right) E0_{lj} \right] = P_l + \\ + \sum_{j=1}^l \left( \alpha_{j-1}^c \dot{z}_{j-1}^c E1_{lj} - \alpha_j^c \dot{z}_j^c E0_{lj} \right) - \dot{z}_l^c \end{aligned} \quad (IV.36)$$

- pode-se considerar os seguintes valores:

$$CZP0_{lj} = 2 \alpha_j^c \dot{z}_j^c E0_{lj} \quad (IV.37)$$

$$CZP1_{lj} = 2 \alpha_{j-1}^c \dot{z}_{j-1}^c E1_{lj} \quad (IV.38)$$

$$GAR0_{lj} = \frac{A_c^2}{2 g A_1^2 A_{VT}} \frac{dK_v}{dA_{r_j}} \dot{z}_j^c \Delta A_j E1_{lj} \quad (IV.39)$$

$$GAR1_{lj} = - \frac{A_c^2}{2 g A_1^2 A_{VT}} \frac{dK_v}{dA_{r_{j-1}}} \dot{z}_{j-1}^c \Delta A_{j-1} E1_{lj} \quad (IV.40)$$

$$LDZP_l = P_l + \sum_{j=1}^l \left( \alpha_{j-1}^c \dot{z}_{j-1}^c E1_{lj} - \alpha_j^c \dot{z}_j^c E0_{lj} \right) - \dot{z}_l^c \quad (IV.41)$$

- com a substituição desses valores na equação (IV.36), consegue-se uma expressão mais simples:

$$\Delta z_i = \sum_{j=1}^i \left[ \text{CZP1}_{ij} \Delta z_{j-1} + \text{CAR1}_{ij} \Delta A_{j-1} - \text{CZP0}_{ij} \Delta z_j - \text{CAR1}_{ij} \Delta A_j \right] = \text{LDZP}_i \quad (\text{IV.42})$$

- ou sob a forma matricial:

$$\left[ \text{CZP}_{ij} \right] \left\{ \Delta z_i \right\} + \left[ \text{CAR}_{ij} \right] \left\{ \Delta A_i \right\} = \left\{ \text{LDZP}_i \right\} \quad (\text{IV.43})$$

onde:

$$\left[ \text{CZP}_{ij} \right] = \begin{bmatrix} 1+\text{CZP0}_{11} & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \text{CZP0}_{21} - \text{CZP1}_{22} & 1+\text{CZP0}_{22} & \dots & \dots & 0 \\ \text{CZP0}_{31} - \text{CZP1}_{32} & \text{CZP0}_{32} - \text{CZP1}_{33} & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \text{CZP0}_{N1} - \text{CZP1}_{N2} & \text{CZP0}_{N2} - \text{CZP1}_{N3} & \dots & \dots & 1+\text{CZP0}_{NN} \end{bmatrix}$$

(N) x (N)

$$\left[ \text{CAR}_{ij} \right] = \begin{bmatrix} 1+\text{CAR0}_{11} & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \text{CAR0}_{21} - \text{CAR1}_{22} & 1+\text{CAR0}_{22} & \dots & \dots & 0 \\ \text{CAR0}_{31} - \text{CAR1}_{32} & \text{CAR0}_{32} - \text{CAR1}_{33} & \dots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 1+\text{CAR0}_{MM} \\ \text{CAR0}_{N1} - \text{CAR1}_{N2} & \text{CAR0}_{N2} - \text{CAR1}_{N3} & \dots & \dots & \text{CAR0}_{MM} - \text{CAR1}_{NN} \end{bmatrix}$$

(N) x (N)

onde:  $M = N-1$

$$\left\{ \Delta \dot{z}_i \right\} = \begin{bmatrix} \Delta \dot{z}_1 \\ \Delta \dot{z}_2 \\ \vdots \\ \Delta \dot{z}_N \end{bmatrix}, \quad \left\{ \Delta A_i \right\} = \begin{bmatrix} \Delta A_1 \\ \Delta A_2 \\ \vdots \\ \Delta A_{N-1} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \left\{ LDZP_i \right\} = \begin{bmatrix} LDZP_1 \\ LDZP_2 \\ \vdots \\ LDZP_{N-1} \end{bmatrix}$$

Como as variáveis do problema são  $\dot{z}_i$  e  $A_i$ , as seguintes substituições devem ser feitas:

$$\Delta \dot{z}_i = \dot{z}_i - \dot{z}_i^0 \quad (\text{IV.44a})$$

$$\Delta A_i = A_i - A_i^0 \quad (\text{IV.44b})$$

- assim:

$$\begin{aligned} \left[ GZP_{ij} \right] \left\{ \dot{z}_i \right\} - \left[ GZP_{ij} \right] \left\{ \dot{z}_i^0 \right\} + \left[ GAR_{ij} \right] \left\{ A_i \right\} - \left[ GAR_{ij} \right] \left\{ A_i^0 \right\} = \\ = \left\{ LDZP_i \right\} \end{aligned} \quad (\text{IV.45})$$

onde:

$$\left\{ \dot{z}_i \right\} = \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \vdots \\ \dot{z}_N \end{bmatrix}, \quad \left\{ \dot{z}_i^0 \right\} = \begin{bmatrix} \dot{z}_1^0 \\ \dot{z}_2^0 \\ \vdots \\ \dot{z}_N^0 \end{bmatrix}, \quad \left\{ A_i \right\} = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_{N-1} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \left\{ A_i^0 \right\} = \begin{bmatrix} A_1^0 \\ A_2^0 \\ \vdots \\ A_{N-1}^0 \end{bmatrix}$$

- finalmente, separando os termos independentes:

$$\begin{aligned} \left[ GZP_{ij} \right] \left\{ \dot{z}_i \right\} + \left[ GAR_{ij} \right] \left\{ A_i \right\} = \left\{ LDZP_i \right\} + \left[ GZP_{ij} \right] \left\{ \dot{z}_i^0 \right\} + \\ + \left[ GAR_{ij} \right] \left\{ A_i^0 \right\} \end{aligned} \quad (\text{IV.46})$$



b) a condição de cavitação a ser atendida, como mostrada anteriormente, é a seguinte:

$$\sigma = \frac{p_v + p_{atm} - p_v}{\gamma \frac{v_v^2}{2g}} \geq \sigma_{crít} \quad (IV.47)$$

- para cada comporta há uma correspondência de valores de  $\sigma_{crít}$  e da abertura relativa da comporta. Valores experimentais podem ser obtidos para elaboração de um gráfico  $\sigma_{crít} \times A_r$ . A inequação anterior pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\frac{p_v}{\gamma} + \frac{p_{atm}}{\gamma} - \frac{p_v}{\gamma} \geq \sigma_{crít} \frac{v_v^2}{2g} \quad (IV.48)$$

- substituindo os valores de  $\frac{p_v}{\gamma}$  (da equação (III.27)) e  $v_v$  (obtido da equação (III.26)), já para valores discretos, a condição de cavitação passa a ser:

$$z_{res} - z_v - \left[ K_1 + \frac{A_1^2}{c_{c_i}^2 A_i^2} \right] \frac{A_c^2}{2g A_1^2} \dot{z}_i^2 - \frac{\ddot{z}_i}{\omega_1^2} - \frac{c_{c_i} A_i}{B_v} + \frac{p_{atm}}{\gamma} -$$

$$- \frac{p_v}{\gamma} \geq \frac{\sigma_{crít_i} A_c^2}{2g c_{c_i}^2 A_i^2} \quad (IV.49)$$

- separando os termos independentes tem-se:

$$\begin{aligned}
 - \frac{\ddot{z}_i}{\omega_1^2} - \left[ K_1 + \left( 1 + \sigma_{cr}(t_i) \right) \frac{A_1^2}{c_{c_i}^2 A_i^2} \right] \frac{A_c^2}{2 g A_1^2} \ddot{z}_i - \frac{c_{c_i} A_i}{B_v} \ddot{z}_i \geq \\
 \geq z_v - z_{res} - \frac{p_{atm}}{\gamma} + \frac{p_v}{\gamma} \quad (IV.50)
 \end{aligned}$$

- uma vez que (ver Apêndice (A)):

$$\begin{aligned}
 \ddot{z}_i &= \omega^2 (z_{res} - z_0) \cos \omega t_i - \omega \dot{z}_0 \sin \omega t_i - \omega^2 \phi_i - \\
 &- \omega^2 \sum_{j=1}^i \left\{ \left[ \phi_{j-1} \cos \omega (t_i - t_{j-1}) - \phi_j \cos \omega (t_i - t_j) \right] - \right. \\
 &- \left. \frac{(\phi_j - \phi_{j-1})}{\omega (t_j - t_{j-1})} \left[ \sin \omega (t_i - t_j) - \sin \omega (t_i - t_{j-1}) \right] \right\} \quad (IV.51)
 \end{aligned}$$

- substituindo o valor de  $\ddot{z}_i$  na inequação (IV.50), passa-se a ter, já com os termos independentes separados:

$$\begin{aligned}
 \frac{\omega^2}{\omega_1^2} \phi_i - \frac{\omega^2}{\omega_1^2} \sum_{j=1}^i \left\{ \left[ \phi_{j-1} \cos \omega (t_i - t_{j-1}) - \phi_j \cos \omega (t_i - t_j) \right] - \right. \\
 \left. - \frac{(\phi_j - \phi_{j-1})}{\omega (t_j - t_{j-1})} \left[ \sin \omega (t_i - t_j) - \sin \omega (t_i - t_{j-1}) \right] \right\} -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \left[ K_1 + \left( 1 + \sigma_{\text{crit}_i} \right) \frac{A_1^2}{c_{c_i}^2 A_i^2} \right] \frac{A_c^2}{2 g A_1^2} z_i^2 - \frac{c_{c_i} A_i}{B_v} \geq \\
& \geq - \frac{\omega^2}{\omega_1^2} (z_{\text{res}} - z_0) \cos \omega t_i - \frac{\omega}{\omega_1^2} z_0 \sin \omega t_i + z_v - z_{\text{res}} - \\
& - \frac{p_{\text{atm}}}{\gamma} + \frac{p_v}{\gamma}
\end{aligned} \tag{IV.52}$$

- separando os termos em  $\phi_j$  e  $\phi_{j-1}$  e multiplicando a inequação por  $(-1)$ , tem-se:

$$\begin{aligned}
& - \frac{\omega^2}{\omega_1^2} \phi_i - \frac{\omega^2}{\omega_1^2} \sum_{j=1}^i \left[ \phi_{j-1} U1_{ij} - \phi_j U0_{ij} \right] + \lambda_i + c_{c_i} \frac{A_i}{B_v} \leq \\
& \leq - \frac{\omega^2}{\omega_1^2} (z_{\text{res}} - z_0) \cos \omega t_i + \frac{\omega}{\omega_1^2} z_0 \sin \omega t_i - z_v + z_{\text{res}} + \\
& + \frac{p_{\text{atm}}}{\gamma} - \frac{p_v}{\gamma}
\end{aligned} \tag{IV.53}$$

$$\text{onde: } U1_{ij} = \frac{[\sin \omega (t_i - t_j) - \sin \omega (t_i - t_{j-1})]}{\omega (t_j - t_{j-1})} +$$

$$+ \cos \omega (t_i - t_{j-1}) \tag{IV.54}$$

$$u_{0ij} = \frac{[\sin \omega (t_i - t_j) - \sin \omega (t_i - t_{j-1})]}{\omega (t_j - t_{j-1})} +$$

$$+ \cos \omega (t_i - t_j) \quad (IV.55)$$

$$\lambda_i = \left[ K_1 + \left( 1 + \sigma_{crit_i} \right) \frac{A_1^2}{c_{c_i}^2 A_i^2} \right] \frac{A_c^2}{2 g A_1^2} \dot{z}_i^2 \quad (IV.56)$$

Para linearizar a expressão acima é necessário linearizar os termos não-lineares  $\phi_i$ ,  $\lambda_i$  e  $c_c A_i$  (o coeficiente de contração ( $c_c$ ), assim como o coeficiente de perda de carga ( $K_v$ ), depende da abertura relativa sob a comporta, e é obtido através de curvas específicas que são construídas para cada um). A linearização do termo  $\phi_i$  já foi mostrada no sub-item a, nesse mesmo item. Os outros dois termos são linearizados da seguinte forma:

$$1) \text{ linearizando o termo } \lambda_i = \beta_i \dot{z}_i^2 \quad (IV.57)$$

$$\text{onde: } \beta_i = \left[ K_1 + \left( 1 + \sigma_{crit_i} \right) \frac{A_1^2}{c_{c_i}^2 A_i^2} \right] \frac{A_c^2}{2 g A_1^2} \quad (IV.58)$$

- linearizando o termo  $\lambda_i$  tem-se:

$$\lambda_i^0 + \Delta \lambda_i = \beta_i^0 \dot{z}_i^{0^2} + 2 \beta_i^0 \dot{z}_i^0 \Delta \dot{z}_i + \left. \frac{d\beta}{dA_i} \right|_{A=A_i^0} \dot{z}_i^{0^2} \Delta A_i \quad (IV.59)$$

$$\text{sendo: } \frac{d\beta}{dA} = \frac{A_c^2}{2 g c_{c_i}^2 A_i^2} \left[ \frac{1}{A_{VT}} \frac{d\sigma_{crít}}{dA_{r_i}} - \right. \\ \left. - \left( 1 + \sigma_{crít_i} \right) \frac{2}{c_{c_i} A_{VT}} \frac{dc_c}{dA_{r_i}} - \left( 1 + \sigma_{crít_i} \right) \frac{2}{A_i} \right] \quad (IV.60)$$

ii) linearizando o termo  $c_c A$

$$\left( c_{c_i} A_i \right)^0 + \Delta \left( c_{c_i} A_i \right) = c_{c_i}^0 A_i^c + c_{c_i}^0 \Delta A_i + \frac{A_i^0}{A_{VT}} \frac{dc_c}{dA_{r_i}} \Delta A_i \quad (IV.61)$$

A linearização da inequação (IV.53) é obtida substituindo os valores linearizados de  $\phi_i$  (equação (IV.29)),  $\lambda_i$  (equação (IV.59)) e  $c_{c_i} A_i$  (equação (IV.61)):

$$- \frac{\omega^2}{\omega_1^2} \left[ \alpha_i^c \dot{z}_i^2 + 2 \alpha_i^c \dot{z}_i^c \Delta \dot{z}_i + \frac{A_c^2}{2 g A_1^2 A_{VT}} \frac{dK_v}{dA_{r_i}} \dot{z}_i^2 \Delta A_i \right] - \\ - \frac{\omega^2}{\omega_1^2} \sum_{j=1}^i \left[ \alpha_{j-1}^c \dot{z}_{j-1}^2 + 2 \alpha_{j-1}^c \dot{z}_{j-1}^c \Delta \dot{z}_{j-1} + \frac{A_c^2}{2 g A_1^2 A_{VT}} \frac{dK_v}{dA_{r_{j-1}}} \dot{z}_{j-1}^2 \Delta A_{j-1} \right] U1_{ij} - \left[ \alpha_j^c \dot{z}_j^2 + \right. \\ \left. + 2 \alpha_j^c \dot{z}_j^c \Delta \dot{z}_j + \frac{A_c^2}{2 g A_1^2 A_{VT}} \frac{dK_v}{dA_{r_j}} \dot{z}_j^2 \Delta A_j \right] U0_{ij} \Bigg] +$$

$$\begin{aligned}
& + \beta_i^c \dot{z}_i^c + 2 \beta_i^c \dot{z}_i^c \Delta \dot{z}_i + \frac{A_c^2}{2 g c_{c_i}^2 A_i^2} \left[ \frac{1}{A_{VT}} \frac{d\sigma_{crit}}{dA_{r_i}} - \right. \\
& - \left. \left( 1 + \sigma_{crit_i} \right) \frac{2}{c_{c_i} A_{VT}} \frac{dc_c}{dA_{r_i}} - \left( 1 + \sigma_{crit_i} \right) \frac{2}{A_i} \right] \dot{z}_i^c \Delta A_i + \\
& + \frac{1}{B_v} \left[ c_{c_i}^0 A_i^c + c_{c_i}^0 \Delta A_i + \frac{A_i^0}{A_{VT}} \frac{dc_c}{dA_{r_i}} \Delta A_i \right] \leq \\
& \leq - \frac{\omega^2}{\omega_1^2} (z_{res} - z_0) \cos \omega t_i + \frac{\omega}{\omega_1^2} z_0 \sin \omega t_i - z_v + z_{res} + \\
& + \frac{p_{atm}}{\gamma} - \frac{p_v}{\gamma} \quad (IV.62)
\end{aligned}$$

- separando os termos dependentes e independentes tem-se:

$$\begin{aligned}
& - \frac{\omega^2}{\omega_1^2} \left[ 2 \alpha_i^c \dot{z}_i^c \Delta \dot{z}_i + \frac{A_c^2}{2 g A_i^2 A_{VT}} \frac{dK_v}{dA_{r_i}} \dot{z}_i^c \Delta A_i \right] - \\
& - \frac{\omega^2}{\omega_1^2} \sum_{j=1}^i \left[ 2 \alpha_{j-1}^c \dot{z}_{j-1}^c \Delta \dot{z}_{j-1} + \frac{A_c^2}{2 g A_i^2 A_{VT}} \frac{dK_v}{dA_{r_{j-1}}} \dot{z}_{j-1}^c \Delta A_{j-1} \right] U_{ij} - \\
& - \left[ 2 \alpha_j^c \dot{z}_j^c \Delta \dot{z}_j + \frac{A_c^2}{2 g A_i^2 A_{VT}} \frac{dK_v}{dA_{r_j}} \dot{z}_j^c \Delta A_j \right] U_{0ij} + \\
& + 2 \beta_i^c \dot{z}_i^c \Delta \dot{z}_i + \frac{A_c^2}{2 g c_{c_i}^2 A_i^2} \left[ \frac{1}{A_{VT}} \frac{d\sigma_{crit}}{dA_{r_i}} - \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \left[ 1 + \sigma_{\text{crít}_i} \right] \frac{z}{c_{c_i} A_{VT}} \frac{dc_c}{dA_{r_i}} - \left[ 1 + \sigma_{\text{crít}_i} \right] \frac{z}{A_i} \left[ \dot{z}_i^c \Delta A_i + \right. \\
& + \frac{1}{B_v} \left[ c_{c_i}^0 \Delta A_i + \frac{A_i^0}{A_{VT}} \frac{dc_c}{dA_{r_i}} \Delta A_i \right] \leq - \frac{\omega^2}{\omega_1^2} (z_{\text{res}} - z_0) \cos \omega t_i + \\
& + \frac{\omega}{\omega_1^2} \dot{z}_0 \sin \omega t_i - z_v + z_{\text{res}} + \frac{p_{\text{atm}}}{\gamma} - \frac{p_v}{\gamma} + \frac{\omega^2}{\omega_1^2} \alpha_i^c \dot{z}_i^c + \\
& + \frac{\omega^2}{\omega_1^2} \sum_{j=1}^i \left[ \alpha_{j-1}^c \dot{z}_{j-1}^c U1_{ij} - \alpha_j^c \dot{z}_j^c U0_{ij} \right] - \beta_i^c \dot{z}_i^c - \frac{c_{c_i}^0 A_i^c}{B_v}
\end{aligned} \tag{IV.63}$$

- para simplificar a equação, são considerados os seguintes valores:

$$TZP0_{ij} = 2 \frac{\omega^2}{\omega_1^2} \alpha_j^c \dot{z}_j^c U0_{ij} \tag{IV.64}$$

$$TZP1_{ij} = 2 \frac{\omega^2}{\omega_1^2} \alpha_{j-1}^c \dot{z}_{j-1}^c U1_{ij} \tag{IV.65}$$

$$TAR0_{ij} = \frac{\omega^2}{\omega_1^2} \frac{A_c^2}{2 g A_1^2 A_{VT}} \frac{dK_v}{dA_{r_j}} \dot{z}_j^c U0_{ij} \tag{IV.66}$$

$$TAR1_{ij} = \frac{\omega^2}{\omega_1^2} \frac{A_c^2}{2 g A_1^2 A_{VT}} \frac{dK_v}{dA_{r_{j-1}}} \dot{z}_{j-1}^c U1_{ij} \tag{IV.67}$$

$$F_i = - 2 \frac{\omega^2}{\omega_1^2} \alpha_i^c \dot{z}_i^c + \left[ K_1 + \left[ 1 + \sigma_{\text{crít}_i} \right] \frac{A_1^2}{c_{c_i}^2 A_i^2} \right] \frac{A_c^2}{g A_1^2} \dot{z}_i^0 \tag{IV.68}$$

$$\begin{aligned}
G_i = & - \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2} \frac{A_c^2}{2 \, g \, A_1^2 \, A_{VT}} \frac{dK_v}{dA_{r_i}} \dot{z}_i^c + \frac{A_c^2}{2 \, g \, c_{c_i}^2 \, A_i^2} \left[ \frac{1}{A_{VT}} \frac{d\sigma_{crít}}{dA_{r_i}} - \right. \\
& - \left. \left( 1 + \sigma_{crít_i} \right) \frac{2}{c_{c_i} \, A_{VT}} \frac{dc_c}{dA_{r_i}} - \left( 1 + \sigma_{crít_i} \right) \frac{2}{A_i} \right] \dot{z}_i^c + \\
& + \frac{1}{B_v} \left[ c_{c_i}^o + \frac{A_i^o}{A_{VT}} \frac{dc_c}{dA_{r_i}} \right] \quad (IV.69)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
LDGA_i = & - \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2} (z_{res} - z_o) \cos \omega t_i + \frac{\omega_1}{\omega_1^2} \dot{z}_o \sin \omega t_i - z_v + \\
& + z_{res} + \frac{p_{atm}}{\gamma} - \frac{p_v}{\gamma} + \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2} \alpha_i^c \dot{z}_i^c - \beta_i^c \dot{z}_i^c - \frac{c_{c_i}^o \, A_i^c}{B_v} + \\
& + \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2} \sum_{j=1}^i \left[ \alpha_{j-1}^c \dot{z}_{j-1}^c \, U1_{ij} - \alpha_j^c \dot{z}_j^c \, U0_{ij} \right] \quad (IV.70)
\end{aligned}$$

- substituindo esses valores em (IV.63) obtém-se:

$$\begin{aligned}
F_i \Delta \dot{z}_i + G_i \Delta A_i = & \sum_{j=1}^i \left[ TZP0_{ij} \Delta \dot{z}_j + TAR0_{ij} \Delta A_j - \right. \\
& - TZP1_{ij} \Delta \dot{z}_{j-1} - TAR1_{ij} \Delta A_{j-1} \left. \right] \leq LDGA_i \quad (IV.71)
\end{aligned}$$

- ou, sob a forma matricial:

$$\left[ TZP_{ij} \right] \left\{ \Delta \dot{z}_i \right\} + \left[ TAR_{ij} \right] \left\{ \Delta A_i \right\} \leq \left\{ LDGA_i \right\} \quad (IV.72)$$



onde:  $[TZP_{ij}] =$

$$= \begin{bmatrix} F_1 - TZPO_{11} & 0 & . & . & . & . & . & 0 \\ TZP1_{21} - TZPO_{22} & F_2 - TZPO_{22} & . & . & . & . & . & 0 \\ TZP1_{31} - TZPO_{32} & TZP1_{32} - TZPO_{33} & . & . & . & . & . & 0 \\ \vdots & \vdots & . & . & . & . & . & \vdots \\ TZP1_{M1} - TZPO_{M2} & TZP1_{M2} - TZPO_{M3} & . & . & . & . & F_M - TZPO_{MM} & 0 \end{bmatrix}$$

(M) x (N)

$[TAR_{ij}] =$

$$= \begin{bmatrix} G_1 - TARO_{11} & 0 & . & . & . & . & . & 0 \\ TAR1_{21} - TARO_{22} & G_2 - TARO_{22} & . & . & . & . & . & 0 \\ TAR1_{31} - TARO_{32} & TAR1_{32} - TARO_{33} & . & . & . & . & . & \vdots \\ \vdots & \vdots & . & . & . & . & . & \vdots \\ TAR1_{M1} - TARO_{M2} & TAR1_{M2} - TARO_{M3} & . & . & . & . & G_M - TARO_{MM} \end{bmatrix}$$

(M) x (M)

$$\{LDCA_i\} = \begin{bmatrix} LDCA_1 \\ LDCA_2 \\ \vdots \\ LDCA_{N-1} \end{bmatrix}$$

Para que a equação fique dependente das variáveis do problema, deve-se substituir os valores de  $\Delta z_i$  e  $\Delta A_i$  (ver equações (IV.44a) e (IV.44b)) na equação (IV.72). Com os termos dependentes e independentes já separados, a equação passa a ser:

$$\begin{aligned} [TZP_{ij}] \{z_i\} + [TAR_{ij}] \{A_i\} &\leq \{LDCA_i\} + [TZP_{ij}] \{z_i^c\} + \\ &+ [TAR_{ij}] \{A_i^o\} \end{aligned} \quad (IV.73)$$

c) pressão mínima no teto do aqueduto a jusante da comporta

Como visto no item (IV.2), quando o sistema permite a aeração, o critério de cavitação ( $\sigma \geq \sigma_{\text{crit}}$ ) não precisa ser obedecido para valores da carga piezométrica mínima no teto do aqueduto ( $p_r/\gamma$ ) entre  $-p_{\text{sup}}/\gamma$  e  $-p_{\text{inf}}/\gamma$  (vide expressões (IV.3) e (IV.4) para as Eclusas de Tucuruí).

Para representar com exatidão esta restrição, devem ser consideradas seis restrições e introduzidas três variáveis inteiras binárias (podendo assumir os valores 0 e 1), para cada valor discretizado. Uma das restrições é a própria inequação de cavitação, que, para um determinado instante, pode ser escrita da seguinte forma (ver inequação (IV.73)):

$$C1_i \cdot z_i + C2_i \cdot A_i \leq C3_i \quad (\text{IV.74})$$

Esta restrição precisa ser alterada para que seja ativa somente nos casos em que  $p_r/\gamma \leq -p_{\text{inf}}/\gamma$ , ou  $p_r/\gamma \geq -p_{\text{sup}}/\gamma$ . A simples modificação do termo dependente, multiplicando-o por  $q_i$  (variável inteira binária) e adicionando o termo 10000 (1- $q_i$ ), faz com que quando  $q_i = 1$ , este seja igual ao valor da expressão original; e quando  $q_i = 0$ , o termo dependente seja suficientemente alto, indicando que a restrição será obedecida. A restrição de cavitação passa a ser:

$$C1_i \cdot z_i + C2_i \cdot A_i \leq C3_i \cdot q_i + 10000 (1-q_i) \quad (\text{IV.75})$$

As outras restrições são introduzidas para indicar os possíveis valores da carga piezométrica mínima no teto do aqueduto. Nelas, são introduzidas as outras duas variáveis inteiras binárias ( $r_i$  e  $l_i$ ). Uma das restrições, ainda para cada ponto  $i$ , é relativa às variáveis inteiras  $q_i$  e  $r_i$ :

$$r_i + q_i = 1 \quad (\text{IV.76})$$

Desta forma, o número de alternativas para o grupo de variáveis inteiras é igual a quatro. As outras restrições são relativas a valores que podem ser assumidos pela carga piezométrica  $(p_r/\gamma)_i$ . São elas:

$$\frac{p_{r_i}}{\gamma} \leq - \frac{p_{inf}}{\gamma} q_i + 10000 r_i + 10000 l_i \quad (\text{IV.77})$$

$$\frac{p_{r_i}}{\gamma} \geq - \frac{p_{inf}}{\gamma} (1-q_i) - 10000 (1-r_i) \quad (\text{IV.78})$$

$$\frac{p_{r_i}}{\gamma} \geq - \frac{p_{sup}}{\gamma} q_i - 10000 r_i - 10000 (1-l_i) \quad (\text{IV.79})$$

$$\frac{p_{r_i}}{\gamma} \leq - \frac{p_{sup}}{\gamma} (1-q_i) + 10000 (1-r_i) \quad (\text{IV.80})$$

Quando  $r_i = 1$  ( $q_i$  terá que ser igual a zero - ver equação (IV.76)), para qualquer valor de  $l_i$ , as inequações (IV.77), (IV.78), (IV.79) e (IV.80) só serão atendidas simultaneamente quando  $- p_{inf} / \gamma \leq (p_r/\gamma)_i \leq - p_{sup} / \gamma$ . Neste caso, como  $q_i = 0$ , a condição de cavitação (inequação (IV.75)) não precisa ser respeitada.

Já para o caso em que  $r_i = 1$  ( $q_i = 0$ ), se  $l_i = 0$ , as quatro inequações só serão atendidas se  $(p_r/\gamma)_i \leq -p_{inf}/\gamma$ ; e se  $l_i = 1$ , as inequações só serão atendidas se  $(p_r/\gamma)_i \geq -p_{sup}/\gamma$ . Nas duas hipóteses,  $\sigma$  deve ser maior do que  $\sigma_{crit}$ , o que é representado pelo valor de  $q_i = 0$  na inequação (IV.75).

Os limites superiores ou inferiores iguais a 10000 e -10000, respectivamente, já são suficientes para garantir a validade das expressões para quaisquer valores possíveis de  $p_{sup}/\gamma$  e  $p_{inf}/\gamma$ .

Se o limite  $p_{inf}/\gamma$ , muito conservador, não for considerado, o critério de cavitação ( $\sigma > \sigma_{crit}$ ) não precisa ser obedecido para  $(p_r/\gamma)_i \leq -p_{sup}/\gamma$ . Com esta simplificação, basta introduzir uma variável inteira binária ( $e_i$ ) e duas restrições relativas aos valores que podem ser assumidos por  $(p_r/\gamma)_i$ .

Ao invés das expressões (IV.75) a (IV.80), ter-se-ia:

$$G1_i z_i + G2_i A_i \leq G3_i e_i + 10000 (1-e_i) \quad (IV.81)$$

$$\frac{p_{r_i}}{\gamma} \geq -\frac{p_{sup}}{\gamma} - 10000 (1-e_i) \quad (IV.82)$$

$$\frac{p_{r_i}}{\gamma} \leq -\frac{p_{sup}}{\gamma} + 10000 e_i \quad (IV.83)$$

Assim, para  $e_i = 0$ , as expressões (IV.82) e (IV.83) só serão atendidas quando  $(p_r/\gamma)_i \leq -p_{sup}/\gamma$ , caso em que a condição de cavitação não precisa ser atendida (substituindo  $e_i = 0$  na inequação (IV.81)). Já para o caso em que  $e_i = 1$ , as expressões (IV.82) e (IV.83) só serão atendidas quando  $(p_r/\gamma)_i \geq -p_{sup}/\gamma$ , indicando que  $\sigma$  deve ser maior do que  $\sigma_{crit}$  (valor  $e_i = 1$  substituído na inequação (IV.81)).

A expressão que fornece o valor de  $p_r/\gamma$  depende de  $\dot{z}$  e  $\ddot{z}$  e não é linear, como mostra-se abaixo, já para valores discretos (substituindo (III.27) em (III.28)):

$$\frac{p_{r_i}}{\gamma} = z_{res} - z_v - D_z - \left[ K_1 + \frac{A_1^2}{c_{c_i}^2 A_i^2} \right] \frac{A_c^2}{2 g A_1^2} \dot{z}_i^2 - \frac{\ddot{z}_i}{\omega_1^2} \quad (IV.84)$$

Para linearizar as expressões (IV.77), (IV.78), (IV.79), (IV.80), (IV.82) e (IV.83) basta obter a linearização do termo  $(p_r/\gamma)_i$ , conforme desenvolvimento que se segue:

$$\left( \frac{p_{r_i}}{\gamma} \right)^0 + \Delta \left( \frac{p_{r_i}}{\gamma} \right) = z_{res} - z_v - D_z - \left[ K_1 + \left( \frac{A_1}{c_{c_i}^0 A_i^c} \right)^2 \right] \frac{A_c^2}{2 g A_1^2} \dot{z}_i^2 -$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{K_1 A_c^2}{g A_1^2} \dot{z}_i^c \Delta \dot{z}_i - \frac{A_c^2}{g} \left[ \left[ \frac{1}{c_{c_i}^0 A_i^c} \right]^2 \dot{z}_i^c \Delta \dot{z}_i - \left[ \frac{1}{c_{c_i}^0 A_i^c} \right]^3 \dot{z}_i^c \left( c_{c_i}^0 \Delta A_i + \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{A_i^0}{A_{VT}} \frac{dc_c}{dA_{r_i}} \Delta A_i \right) \right] - \frac{\omega^2}{\omega_1^2} (z_{res} - z_0) \cos \omega t_i + \frac{\omega}{\omega_1^2} z_0 \sin \omega t_i + \\
& + \frac{\omega^2}{\omega_1^2} \phi_i^c + \frac{\omega^2}{\omega_1^2} \sum_{j=1}^i \left\{ \left[ \phi_{j-1}^c \cos \omega (t_i - t_{j-1}) - \phi_j^c \cos \omega (t_i - t_j) \right] - \right. \\
& \left. - \frac{(\phi_j^0 - \phi_{j-1}^0)}{\omega (t_j - t_{j-1})} \left[ \sin \omega (t_i - t_j) - \sin \omega (t_i - t_{j-1}) \right] \right\} + \\
& + \frac{\omega^2}{\omega_1^2} \left[ 2 \alpha_i^c \dot{z}_i^c \Delta \dot{z}_i + \frac{A_c^2}{2 g A_1^2 A_{VT}} \frac{dK_v}{dA_{r_i}} \dot{z}_i^c \Delta A_i \right] + \\
& + \frac{\omega^2}{\omega_1^2} \sum_{j=1}^i \left[ 2 \alpha_{j-1}^c \dot{z}_{j-1}^c \Delta \dot{z}_{j-1} + \frac{A_c^2}{2 g A_1^2 A_{VT}} \frac{dK_v}{dA_{r_{j-1}}} \dot{z}_{j-1}^c \Delta A_{j-1} \right] U_{1j} - \\
& + \left[ 2 \alpha_j^0 \dot{z}_j^c \Delta \dot{z}_j + \frac{A_c^2}{2 g A_1^2 A_{VT}} \frac{dK_v}{dA_{r_j}} \dot{z}_j^c \Delta A_j \right] U_{0j} \quad (IV.85)
\end{aligned}$$

Esta expressão pode ser escrita da seguinte forma:

$$\left(\frac{p_{r_i}}{\gamma}\right)^0 + \Delta \left(\frac{p_{r_i}}{\gamma}\right) = Tl_i - F_i \Delta z_i + R_i \Delta A_i + \sum_{j=1}^i \left[ TZP0_{ij} \Delta z_j + \right. \\ \left. + TAR0_{ij} \Delta A_j - TZP1_{ij} \Delta z_{j-1} - TAR1_{ij} \Delta A_{j-1} \right] \quad (IV.86)$$

onde:

$$Tl_i = z_{res} - z_v - D_z - \left[ K_1 + \left( \frac{A_1}{c_{c_i}^0 A_l^c} \right)^2 \right] \frac{A_c^2}{2g A_1^2} \dot{z}_l^2 - \\ - \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2} (z_{res} - z_0) \cos \omega_1 t_i + \frac{\omega_1}{\omega_1^2} z_0 \sin \omega_1 t_i + \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2} \phi_i^c + \\ + \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2} \sum_{j=1}^i \left[ \phi_{j-1}^c u1 - \phi_j^c u0 \right] \quad (IV.87)$$

$$R_i = \frac{A_c^2}{g} \dot{z}_i^2 \left[ \left( \frac{1}{c_{c_i}^0 A_l^c} \right)^2 \left( c_{c_i}^0 + \frac{A_l^0}{A_{VT}} \frac{dc_c}{dA_{r_i}} \right) + \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2} \frac{1}{2 A_1^2 A_{VT}} \frac{dK_v}{dA_{r_i}} \right] \\ (IV.88)$$

Sob a forma matricial a expressão é:

$$\left\{ \frac{p_{r_i}}{\gamma} \right\}^0 + \left\{ \Delta \left( \frac{p_{r_i}}{\gamma} \right) \right\} = - [TZP_{ij}] \{ \Delta z_i \} + [PAR_{ij}] \{ \Delta A_i \} \quad (IV.89)$$

onde:

$$\left\{ (p_r / \gamma)_i \right\} = \begin{bmatrix} (p_r / \gamma)_1 \\ (p_r / \gamma)_2 \\ \vdots \\ (p_r / \gamma)_{N-1} \end{bmatrix}, \quad \left\{ \Delta (p_r / \gamma)_i \right\} = \begin{bmatrix} \Delta (p_r / \gamma)_1 \\ \Delta (p_r / \gamma)_2 \\ \vdots \\ \Delta (p_r / \gamma)_{N-1} \end{bmatrix}$$

$$[PAR_{ij}] =$$

$$= \begin{bmatrix} R_1 + TARO_{11} & 0 & \dots & \dots & 0 \\ TARO_{22} - TAR1_{21} & R_2 + TARO_{22} & \dots & \dots & 0 \\ TARO_{32} - TAR1_{31} & TARO_{33} - TAR1_{32} & \dots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & \dots & \vdots \\ TARO_{M2} - TAR1_{M1} & TARO_{M3} - TAR1_{M2} & \dots & \dots & R_M + TARO_{MM} \end{bmatrix}$$

(M) x (M)

Substituindo na equação (IV.89) os valores de  $\Delta z_i$  e  $\Delta A_i$  (das equações (IV.44a) e (IV.44b)), obtém-se:

$$\left\{ \frac{p_{r_i}}{\gamma} \right\}^0 + \left\{ \Delta \left( \frac{p_{r_i}}{\gamma} \right) \right\} = - [TZP_{ij}] \{ z_i \} + [PAR_{ij}] \{ A_i \} + \\ + [TZP_{ij}] \{ z_i^c \} - [PAR_{ij}] \{ A_i^c \} \quad (IV.90)$$



#### IV.5- APRESENTAÇÃO DO MODELO DE OTIMIZAÇÃO DAS LEIS DE MANOBRA

##### IV.5.1- OBTENÇÃO DE VETORES INICIAIS VIÁVEIS

###### IV.5.1.a- PRIMEIRO VETOR INICIAL VIÁVEL

Um dos fatores determinantes para a convergência do método de programação linear seqüencial é a boa escolha do vetor inicial. Uma escolha ruim, de uma forma geral, pode retardar a convergência do processo, ou ainda impedir que seja alcançada, mesmo que seja possível.

No presente problema, ter-se-á que escolher tantos vetores iniciais quantas forem as tentativas com tempos totais fixos. A grande dificuldade está na obtenção do vetor inicial para o primeiro tempo total escolhido, face ao desconhecimento das características de cada sistema.

Em princípio, procura-se abrir as comportas com a maior velocidade possível, procurando evitar a cavitação. Uma vez que as condições do sistema já não são tão favoráveis à ocorrência de cavitação em uma fase intermediária da operação (comportas parcialmente abertas), a área sob as comportas pode ser mantida constante. Seguindo esta estratégia, são dois os obstáculos para obtenção de uma manobra viável: a) a velocidade máxima do nível d'água na câmara pode ser atingida e b) mesmo para a abertura mais rápida, o critério de cavitação pode ser desrespeitado.

No primeiro caso, procura-se o patamar de abertura constante mais abaixo, ou seja, as comportas serão mantidas com abertura constante em um valor que impeça a velocidade máxima do nível d'água na câmara de ser ultrapassada. Já no segundo, fato que ocorre com frequência, aceita-se a cavitação no início da operação, pois não há como evitá-la, dadas as características do sistema.

Como a energia no início é pequena, verifica-se que os danos ao sistema não são de grande magnitude. O modelo foi desenvolvido considerando que a lei de manobra pode não atender o critério de cavitação no início do processo, o que ocorrerá também com o vetor inicial.

O tempo mínimo é estimado através do modelo de análise (equações do escoamento desenvolvidas a partir da Transformada de Laplace). Considera-se uma lei de manobra onde as comportas são abertas com a velocidade máxima e são mantidas abertas até o instante em que a posição do nível d'água na câmara é igual à cota do nível d'água do reservatório. Deve-se salientar que esta estimativa é obtida com uma lei não viável.

O processo de estimar o tempo máximo é mais complexo e subjetivo. Deseja-se encontrar uma lei de manobra viável, com tempo total  $T$  correspondente, que não seja muito superior ao tempo ótimo de operação. Isto porque, quanto menor for este tempo  $T$ , menor deverá ser o número de iterações para se obter a solução do problema.

Se não houver nenhuma lei de manobra já conhecida, sugere-se adotar uma manobra onde as comportas seriam abertas com velocidade máxima, até atingir 30% da abertura total. Elas seriam mantidas nesta posição durante um certo tempo, e finalmente seriam fechadas com velocidade máxima. Este tempo de permanência no patamar (30% da abertura total) deverá garantir que a posição final do nível d'água da câmara seja igual à cota do nível d'água do reservatório (sem que antes tenha sido atingida).

A lei de manobra para gerar o vetor inicial é obtida com a mesma metodologia daquela para determinar o tempo máximo. Porém, desta feita, o tempo em que as comportas são mantidas fixas é reduzido, para que o tempo de operação seja igual ao tempo médio entre as estimativas mínima e máxima. Notadamente, a posição final do nível d'água da câmara será menor do que a cota do nível d'água do reservatório.

#### IV.5.1.b- VETORES INICIAIS VIÁVEIS CONSECUTIVOS

Depois da primeira aplicação do método de programação linear sequencial (quando a lei de manobra ótima para o tempo de operação  $T_1$  é obtida), a determinação dos novos vetores iniciais de abertura para cada tentativa, com tempo total fixo, fica facilitada. Eles são obtidos a partir do vetor solução anterior. O método de procura depende de algumas características desse vetor solução, e se o novo tempo é maior ou menor do que o anterior.

No caso em que o novo tempo seja menor, obtém-se o novo vetor inicial desconsiderando os maiores valores de área do vetor anterior. O número de pontos a ser desprezado é correspondente à diferença de tempo entre os vetores.

Notar que os maiores valores de área, geralmente, concentram-se bem depois da fase inicial, quando os riscos de cavitação são mínimos. Além disso, não há como exceder o limite de velocidade do nível d'água na câmara, uma vez que os valores de área desconsiderados são os maiores de uma lei que resultou em um vetor de velocidade viável.

Já para o caso em que o novo tempo é maior, deve-se precaver para os possíveis problemas que podem surgir. Ainda que a cavitação não cause maiores preocupações, pois os valores de área são acrescidos na fase onde são máximos, o atendimento das restrições de velocidade ascensional máxima pode se tornar um problema.

O primeiro teste a ser feito é o aumento do número de pontos com o valor da área máxima, até que a soma dos intervalos considerados seja igual à diferença de tempo requerida. Se a velocidade do nível d'água na câmara ultrapassar em algum ponto o seu valor limite, o patamar de áreas a ser acrescido deve ser testado com valores menores, até que seja obtido um vetor viável.

Essas considerações são desnecessárias a partir do momento em que algum vetor solução parcial de áreas contenha um patamar no valor máximo de abertura, e a velocidade máxima do nível d'água tenha ocorrido antes ou no começo do patamar. Desta forma, mesmo que as comportas sejam mantidas na posição de abertura máxima, a velocidade do nível d'água não ultrapassará seu valor limite.

Uma das formas de verificar a eficiência do modelo consiste em, partindo de vetores de abertura diferentes, comparar os tempos totais finais de operação obtidos. Para que o modelo seja confiável, os tempos totais finais, associados a cada manobra inicial e suas respectivas leis de manobra finais, devem ser coincidentes.

#### IV.5.2- PROBLEMAS COM A LINEARIZAÇÃO

O problema de otimização no modelo desenvolvido ficou dependente de valores pontuais das variáveis de abertura sob a comporta e velocidade do nível d'água na câmara. Quanto maior o número de pontos em que o sistema será representado, maior será a precisão das relações obtidas e mais eficiente será a linearização das restrições.

O limite para o número de pontos é decorrente do espaço de memória e do tempo de uso do computador. Porém, uma representação eficiente de cada sistema pode ser obtida com um número de pontos muito menor do que o limite. Este número é arbitrado, e sugere-se que os intervalos entre os pontos não excedam o tempo de dez segundos.

Um dos mais graves problemas decorrentes da linearização pouco precisa é a não correspondência dos vetores solução de área e velocidade de uma corrida do modelo, isto é, a lei de manobra obtida não gera o vetor de velocidades do nível d'água resultante. A solução apresentada pelo modelo atende o problema linearizado, porém não obedece as relações não lineares.

Além disso, algumas restrições também não são atendidas, como os critérios de segurança contra cavitação e o limite de velocidade máxima. A continuação do processo exige que o novo vetor atenda as condições não lineares. Dois procedimentos são possíveis: 1) representar o sistema com um número maior de pontos; e 2) adaptar o vetor solução para que ele atenda as restrições. Como o primeiro procedimento pode resultar em inconvenientes computacionais, desenvolveu-se um mecanismo para adaptação desse vetor.

As relações que fornecem os valores de posição, velocidade e aceleração do nível d'água na câmara, baseadas na integral de convolução, permitem a determinação dessas variáveis para qualquer lei de manobra. O caminho inverso, ou seja, determinar a lei de manobra das comportas que gera um determinado vetor de velocidades, é extremamente complexo.

Portanto, a adaptação do vetor solução deve ser feita baseada no vetor de áreas gerado. A partir deste, são feitas algumas modificações, com intuito de obter um vetor viável para continuação do processo.

É importante ressaltar que a não correspondência dos vetores diminui com a sequência do processo. Outro fato bastante interessante é observado quando as leis de manobra são plotadas em um gráfico (área sob as comportas x tempo).

Nota-se facilmente que, pelos pontos, embora oscilantes, pode-se traçar alguns segmentos de retas, indicando que a lei ótima se caracteriza por ter manobras lineares das comportas. Novamente, com a sequência do processo, essas oscilações diminuem consideravelmente.

O primeiro passo para adaptar o vetor solução é aproximar a lei de abertura através de manobras lineares, verificando se o novo vetor atende o problema não linear. Caso contrário, como geralmente o critério da velocidade máxima do nível d'água não é atendido, diminui-se os valores de área de um valor constante (pequeno percentual da área de abertura total, sendo sugerido 2%).

No caso em que a cavitação seja admitida no início, os valores de área a serem subtraídas situam-se entre aquela do limite em que a cavitação é aceita até a correspondente ao instante em que a velocidade ultrapassa seu valor limite. Caso contrário, quando não ocorre cavitação no início, reduz-se a velocidade de abertura das comportas até que o critério de velocidade do nível d'água seja atendido. Se antes disso o critério de cavitação não for atendido, não será possível encontrar uma lei que não admita a ocorrência de cavitação, pelo menos no início da operação.

A subtração de alguns valores pontuais de área mantém aceito o critério limitante de velocidade do servo-mecanismo (as áreas são subtraídas de um valor igual). Além disso, valores de velocidade do nível d'água posteriores ao primeiro que não atende a restrição, e superiores ao limite máximo, podem, com a nova lei, ficar abaixo do limite. As subtrações devem ser feitas até que o critério de velocidade máxima do nível d'água na câmara seja atendido em todos os pontos.

A grande dificuldade pode surgir quando uma dessas subtrações resultarem no não atendimento da restrição de cavitação em algum ponto. Neste caso, algumas tentativas devem ser feitas para adaptar o vetor solução a um vetor viável.

Essas tentativas são feitas alterando o valor  $\Delta A/\Delta t$  segundo o seguinte critério: quanto maior o valor  $\Delta A/\Delta t$  até o ponto  $i$  (onde o critério de cavitação não é atendido), menor a possibilidade de ocorrência de cavitação e maior a possibilidade do não atendimento do critério de velocidade máxima do nível d'água.

Podem ocorrer situações em que, mesmo depois de algumas tentativas, um vetor viável não seja obtido. Nestas ocasiões, diminui-se novamente os valores de área sob a comportas de um pequeno percentual da área de abertura total.



#### IV.5.3- MODELO DE SIMULAÇÃO DE UMA OPERAÇÃO E MODELO DE OTIMIZAÇÃO

O primeiro programa desenvolvido refere-se à simulação de uma eclusagem. As características geométricas da eclusa, os níveis d'água da câmara e do reservatório ou do canal de jusante, e tabelas relacionando os coeficientes de perda de carga e de contração do jato para aberturas relativas de comporta correspondentes, são alguns dos dados de entrada. Os intervalos de tempo e o número de pontos onde as variáveis são calculadas também são dados do problema.

Através do programa (ver fluxograma na figura (IV.5)) podem ser calculados os valores da posição, velocidade e aceleração do nível d'água na câmara, pressão a jusante da comporta, índice de cavitação, etc., em função de uma dada lei de manobra. Além disso, ainda pode ser verificada a viabilidade dessa determinada lei, pela análise das restrições de cavitação e velocidade máxima do nível d'água na câmara.

Os valores do coeficiente de contração e perda de carga, e suas derivadas em função da área relativa sob as comportas, são obtidos por aproximação linear, para valores intermediários de área. Vale salientar que no programa há um teste relativo ao atendimento da equação diferencial representativa do escoamento em cada ponto (equação (III.27)). Quando substituídos nesta equação os valores das variáveis, o erro de fechamento nunca foi maior do que  $10^{-10}$ , mostrando a eficiência do modelo.

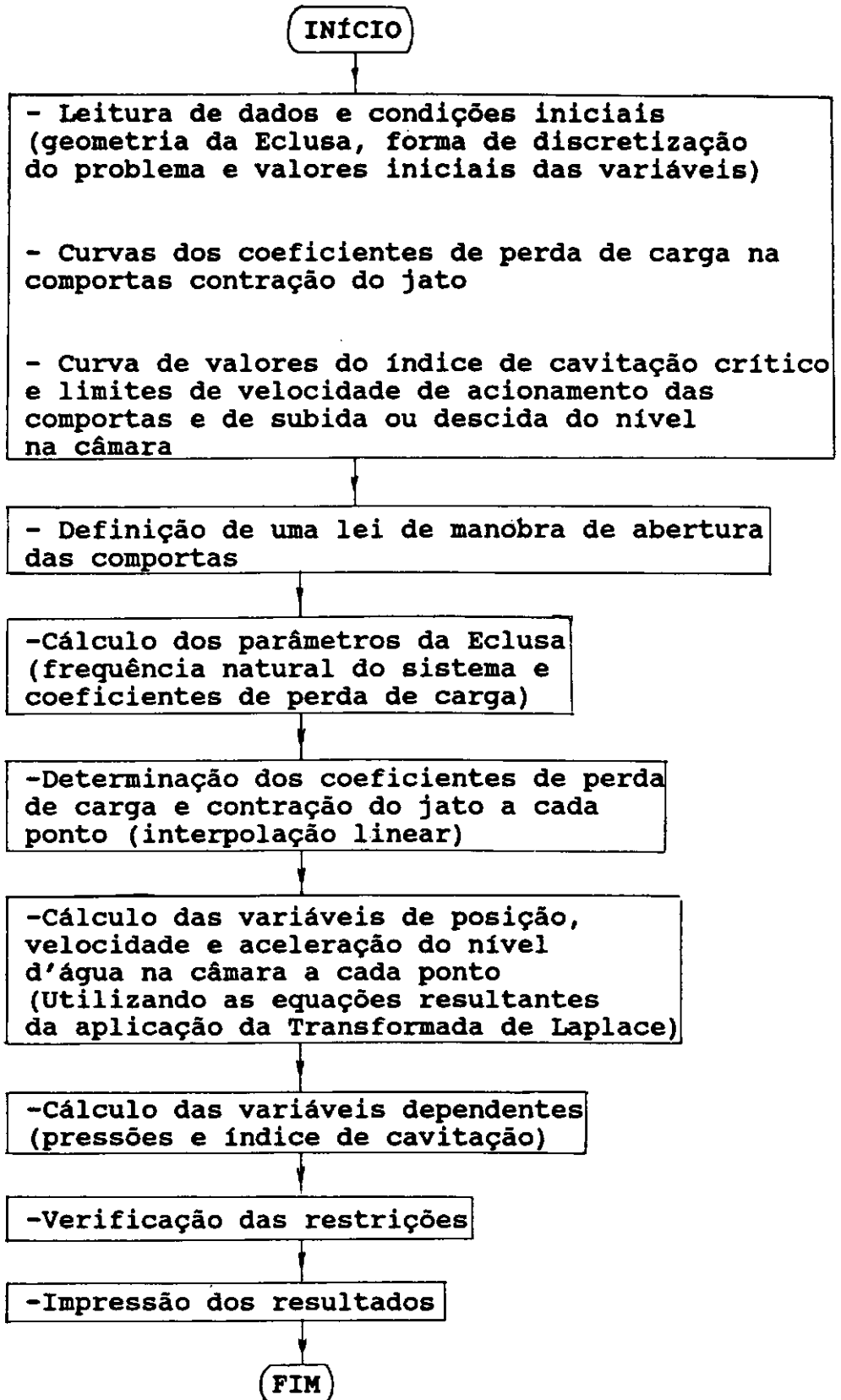


FIG.IV.5 - Fluxograma do Modelo de Simulação (utilizando a Transformada de Laplace)

Notadamente, é um modelo bastante simples e de fácil aplicação, função das simplificações admitidas. Apesar de considerar a manobra de uma comporta apenas, o modelo permite cálculos em eclusas com mais comportas, desde que não sejam abertas de maneira defasada. Portanto, para aplicação do modelo em eclusas com mais de uma comporta, as leis de abertura em função do tempo têm que ser coincidentes.

Existem modelos de simulação que descrevem, com um número bastante restrito de simplificações, a totalidade do escoamento em cada um dos elementos que compõem o sistema de enchimento e esgotamento. Empregam-se métodos numéricos mais eficientes e acurados, exigindo maior quantidade de dados, o que torna sua aplicação mais trabalhosa e difícil. Para o modelo de otimização desenvolvido neste trabalho, um modelo de simulação mais simples já era inteiramente suficiente.

Comparou-se o modelo de simulação desenvolvido com o modelo SEEEC-1 [12 - 13], de grande eficiência, baseado na técnica da dupla varredura ("double-sweep"). Confrontando os resultados obtidos para uma mesma lei de manobra, verifica-se que estes são praticamente iguais (posição e velocidade do nível d'água na câmara, pressões mínimas a jusante da comporta e índice de cavitação). Deve salientar-se que a utilização do método de dupla varredura, para a otimização da operação das comportas, resulta extremamente complexa.

No item (IV.3.2) apresentou-se a função objetivo e as restrições para o sistema contínuo. Depois da discretização e linearização, o modelo mais simples, para uma iteração, ficou com a seguinte configuração (caso do enchimento):

$$\text{- deseja-se maximizar } FO = \sum_{i=1}^N b_i z_i \quad (\text{ver equação (IV.18)})$$

sujeita a:

a) equações do escoamento (equações de velocidade)

$$[CZP]\{z\} + [CAR]\{A\} = \{LDZP\} + [CZP]\{z^0\} + [CAR]\{A\} \quad (\text{ver equação (IV.46)})$$

b) inequações para o critério de cavitação

$$[TZP]\{z_i\} + [TAR]\{A_i\} \leq \{LDCA\} + [TZP]\{z_i^c\} + [TAR]\{A_i\} \quad (\text{ver equação (IV.73)})$$

c) inequações para a abertura e fechamento das comportas (discretizando a expressão (IV.9c))

$$A_i - A_{i-1} \leq v_{\max} (t_i - t_{i-1}) \quad (\text{abertura}) \quad (\text{IV.91})$$

$$A_i - A_{i-1} \geq -v_{\max} (t_i - t_{i-1}) \quad (\text{fechamento}) \quad (\text{IV.92})$$

d) limite de área sob a comporta

$$A_i \leq A_{VT} \quad (\text{IV.93})$$

e) limite de velocidade do nível d'água

$$\dot{z}_i \leq \dot{z}_{\text{máx}} \quad (\text{IV.94})$$

f) condição final

$$A_N = 0 \quad (\text{o que também garante o valor de velocidade ascensional do nível d'água na câmara nulo ao final da operação}) \quad (\text{IV.95})$$

O fluxograma do modelo de otimização, sem considerar as variáveis inteiras, ou seja, as comportas podem ser acionadas com qualquer velocidade até a máxima e a aeração não é admitida, é apresentado na figura (IV.6). A rotina para resolução do problema de programação linear é a MPS/TEMPO (UNISYS).

Notar que algumas etapas no modelo desenvolvido não são automáticas, tais como a adaptação do vetor solução de área para obter uma manobra viável e a obtenção de uma manobra viável para o novo tempo de operação  $T_{m+1}$ .

Algumas modificações nas restrições devem ser feitas para aplicar o modelo com as variáveis inteiras. Para considerar a aeração, a restrição de cavitação (item b) deve ser substituída pelas expressões (IV.75) a (IV.80), no caso mais conservador, ou pelas expressões (IV.81) a (IV.83), no caso mais simples.

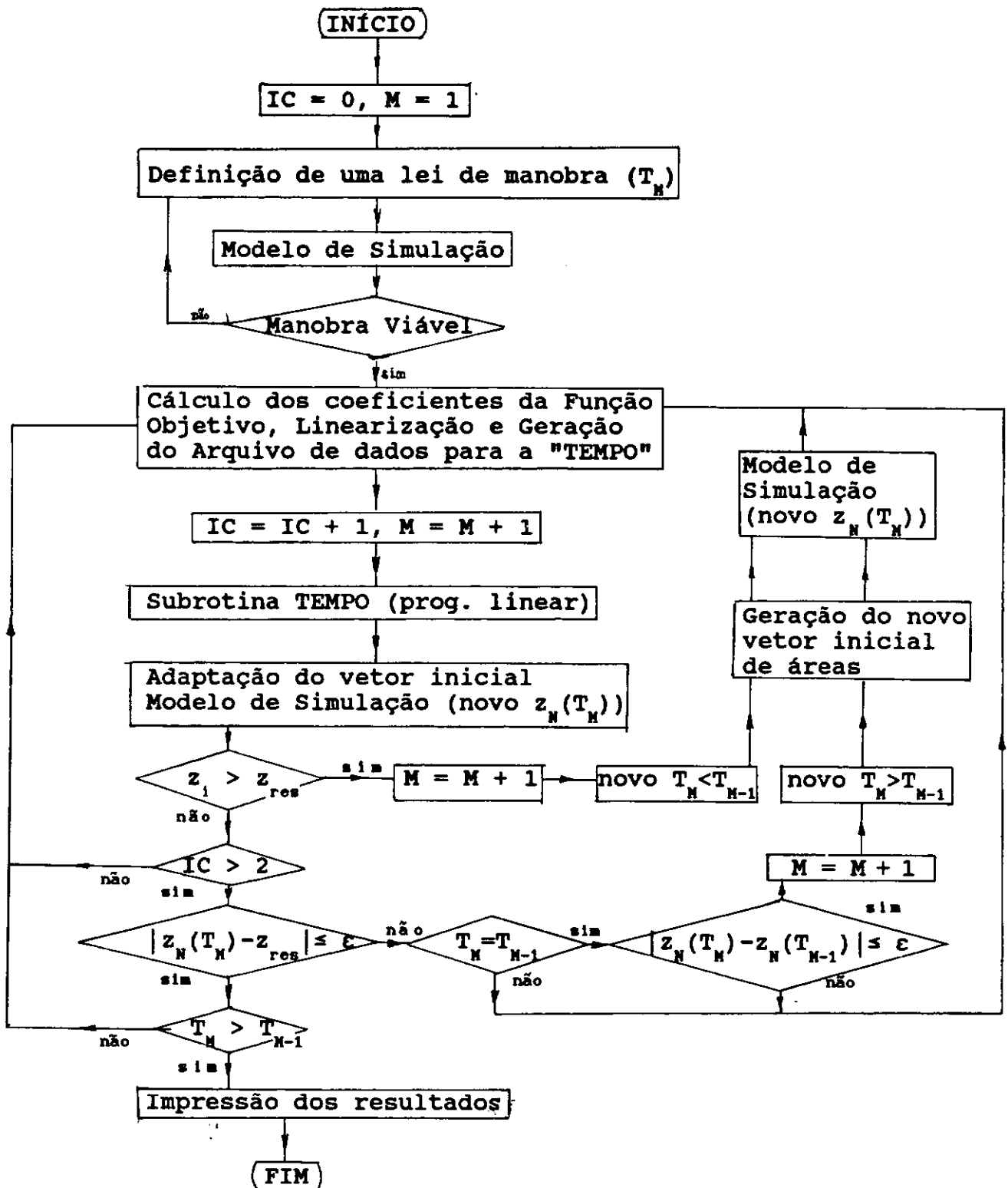


FIG.IV.6 - Fluxograma do Modelo de Otimização

Já para os casos em que as comportas só podem ser acionadas com valores discretos de velocidade (respeitando um limite máximo), ou seja,  $dA/dt$  fixo, as restrições (IV.91) e (IV.92) precisam ser substituídas. Admitindo-se que uma comporta só pode ser aberta ou fechada com velocidade  $v$ , pode-se escrever:

$$A_i - A_{i-1} = -v (t_i - t_{i-1}) \quad (\text{IV.96})$$

$$A_i - A_{i-1} = 0 \quad (\text{IV.97})$$

$$A_i - A_{i-1} = v (t_i - t_{i-1}) \quad (\text{IV.98})$$

As três equações acima apresentam as possibilidades de movimentação das comportas em um intervalo de tempo qualquer. Considerando uma variável inteira  $u_i$  para cada ponto (podendo, neste caso, assumir os valores 0, 1 e 2), a seguinte restrição representa as possibilidades anteriores:

$$v (t_i - t_{i-1}) u_i - A_i + A_{i-1} = v (t_i - t_{i-1}) \quad (\text{IV.99})$$

Assim, para  $u_i = 0$ , repete-se a equação (IV.96), para  $u_i = 1$ , a equação (IV.97) e para  $u_i = 2$ , a equação (IV.98). Portanto, para cada ponto, estão associadas uma restrição de igualdade e uma variável inteira (assumindo tantos valores quantos forem as velocidades discretas possíveis).

## IV.6- MODELO ADIMENSIONAL

O modelo dimensional, anteriormente descrito, apresenta resultados específicos para cada eclusa onde é aplicado. Com intuito de comparar resultados com o modelo empregado em eclusas diferentes, procedeu-se a uma adimensionalização das variáveis (o desenvolvimento desta formulação é apresentado no Apêndice (B)).

Desta forma, as variáveis são calculadas através de seus valores relativos, permitindo avaliar, de maneira comparativa, o desempenho de leis de manobra de comportas em eclusas com características distintas.



## CAPÍTULO V

### APLICAÇÃO DO MODELO E RESULTADOS

#### V.1- APLICABILIDADE DO MODELO

O modelo desenvolvido apresenta-se de forma bastante geral, no que se refere à sua aplicabilidade. Para considerar as velocidades de abertura ou fechamento das comportas com valores discretos, e obedecer o critério de cavitação, dependendo da possibilidade de aeração e do valor da pressão mínima do escoamento, precisou-se fazer uso de variáveis inteiras.

Assim, o modelo completo caracteriza-se por ser de programação linear inteira mista, isto é, algumas das variáveis estão restritas a valores inteiros e as restantes são variáveis contínuas. Notar que as variáveis inteiras são anexadas ao modelo para representar algum tipo de decisão.

A convergência do modelo de programação linear inteira mista mostrou-se extremamente complexa de ser obtida. Desta forma, para aplicar o modelo desenvolvido, não foram consideradas as variáveis inteiras. Na prática, isto significa que a velocidade do servo-mecanismo pode ser qualquer, e o critério de cavitação terá que ser obedecido durante toda a operação.

A liberdade de escolha da velocidade de abertura e fechamento das comportas possibilita encontrar leis de manobra mais eficientes do que aquelas obtidas com velocidades de abertura e fechamento discretas. Porém, o atendimento do critério de cavitação, em todo instante, implica que a lei de manobra obtida pode ser mais exigente do que a lei ideal, resultando em tempos de operação superiores.

O modelo, com essas limitações, perde algo de sua generalidade, mas, ainda assim, é de grande utilidade. Principalmente no caso de eclusas em que a aeração do escoamento não é possível, ou seja, o critério de cavitação deve ser obedecido durante toda a operação; independentemente do valor da pressão mínima a jusante da comporta.

Nestes casos (quando a aeração do escoamento não é permitida), o modelo se adapta inteiramente. Em outros, em que a aeração é aceitável, o modelo fornece resultados que permitem uma avaliação aproximada da manobra ótima.

Isto porque, para a lei de manobra ótima, o critério de cavitação poderia ser desconsiderado em algum intervalo, caso o valor da pressão mínima a jusante da comporta estivesse dentro da faixa de segurança. Uma vez que, quando isto acontece, o intervalo é relativamente curto, pequenas alterações podem ser feitas visando uma lei mais eficiente.

Com relação à limitação da velocidade de abertura das comportas a alguns valores específicos, vale ressaltar o conseqüente aumento do tempo de manobra. Geralmente, é uma exigência do fabricante das comportas.

A possibilidade do desenvolvimento de servo-mecanismos, que permitam variações de velocidade até o limite máximo estabelecido, deveria ser estudada. As vantagens obtidas com a redução dos tempos de eclusagens são argumentos suficientes.

De um modo geral, o modelo matemático fornece uma lei de manobra que pode ser aproximada, na prática, por uma poligonal, no caso de um servo-mecanismo de velocidades discretas. Mesmo para o caso de servo-mecanismos de velocidades contínuas esta aproximação pode tornar a operação mais prática.

No caso de servo-mecanismos de velocidades discretas, a lei de manobra resultante do modelo pode ser aproximada por uma poligonal que considere apenas as velocidades de acionamento admissíveis. Ou ainda, pode permitir a obtenção da lei ótima, através de tentativas, a partir de um vetor de áreas onde o critério de velocidades discretas não é atendido em alguns intervalos de tempo.

## V.2- ECLUSA DE PROMISSÃO

### V.2.1- CARACTERÍSTICAS DA ECLUSA

A eclusa de Promissão localiza-se no Rio Tietê, no Estado de São Paulo. Opera sob um desnível máximo de 28,40 metros, tendo problemas relacionados à cavitação, incluindo ruído e vibrações.

Face ao tempo e ao custo elevado, nenhuma modificação nas obras civis ou características dos equipamentos pode ser considerada para evitar condições de operação indesejáveis. Portanto, a única alternativa é adaptar e modificar as leis de manobra das comportas para obter operações mais favoráveis.

O início da operação da estação hidrelétrica de Promissão ocorreu em 1977. A eclusa entrou em operação no ano de 1986. Sua câmara tem  $1738,2 \text{ m}^2$  ( $12,1 \text{ m} \times 142,0 \text{ m}$ ) e o desnível máximo de operação é de 28,40 m e o mínimo de 24,08 m. O sistema de distribuição é dinamicamente balanceado, com 12 manifolds de baixa velocidade (ver figuras (V.1) e (V.2)).

As comportas de controle de vazão são planas ( $1,5 \text{ m} \times 3,0 \text{ m}$ ). Só podem ser abertas ou fechadas com uma velocidade (total abertura ou fechamento em 3 minutos), especificada pelo seu fabricante. A aeração, ainda que minimize os problemas de cavitação, não é admitida em função dos inconvenientes provocados ao sistema.

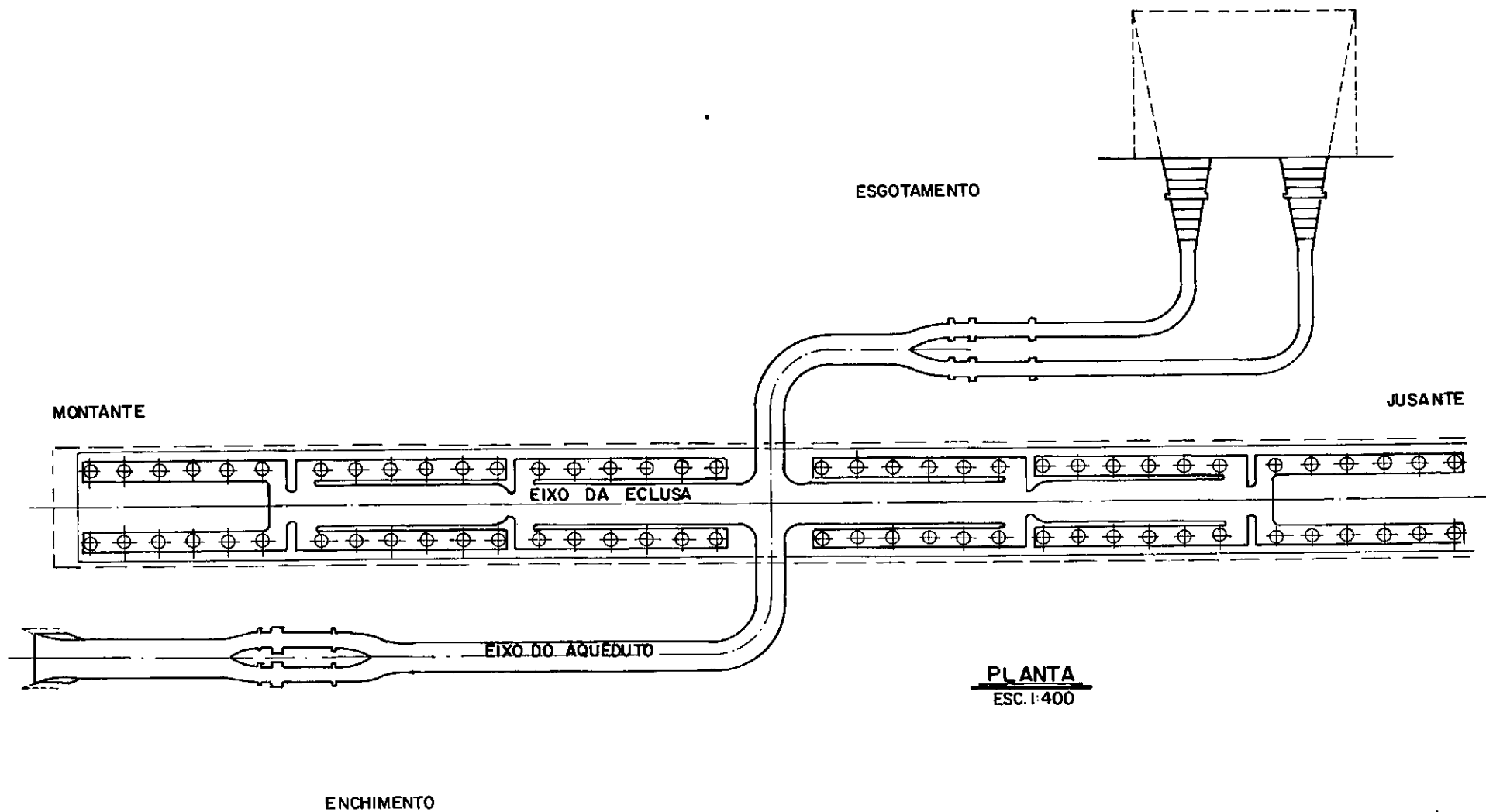


FIG.V.1 - SISTEMA DE ENCHIMENTO E ESGOTAMENTO DA ECLUSA DE PROMISSÃO

MONTANTE

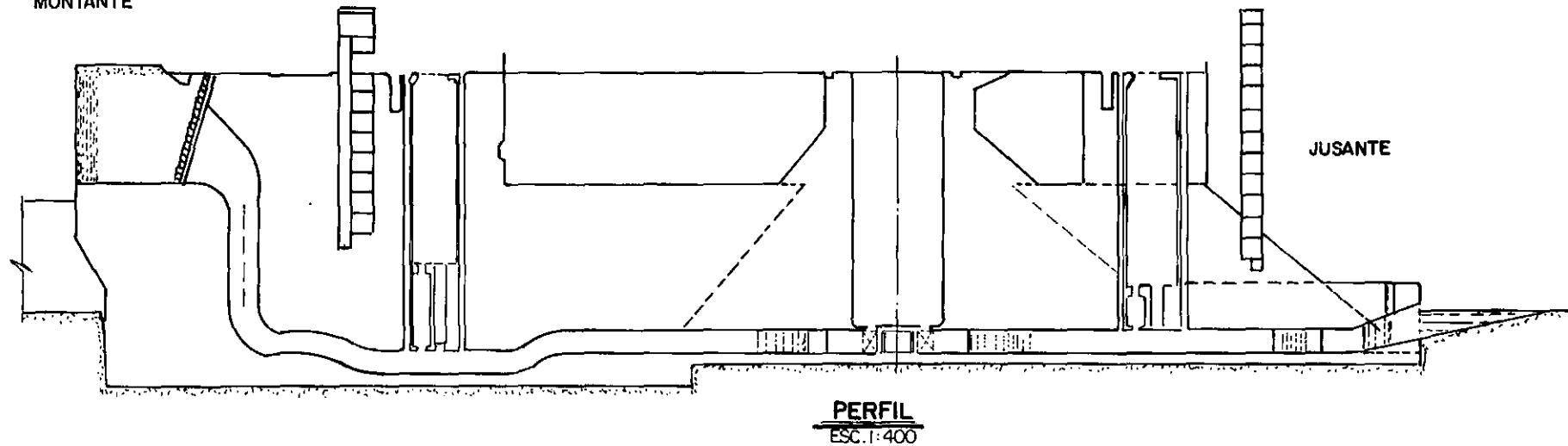


FIG V.2 - SISTEMAS HIDRÁULICOS DA ECLUSA DE PROMISSÃO

Cada sistema, de enchimento e esgotamento, possui duas comportas. Mesmo que o modelo desenvolvido só considere uma comporta (ver item (IV.5.3)), não há nenhum inconveniente na sua aplicação em uma eclusa com mais comportas, desde que sejam operadas com a mesma lei. Modifica-se somente o cálculo da frequência natural do sistema ( $\omega$ ) e da área de abertura total ( $A_{VT}$ ), que é considerada igual à soma das áreas de abertura total de cada uma.

O modelo desenvolvido, quando não são introduzidas variáveis inteiras, permite qualquer valor para a velocidade de operação das comportas. Sua aplicação na eclusa de Promissão permite obter leis de manobra mais eficientes do que as consideradas atualmente na prática.

Por este motivo, o intuito dessa aplicação não é tanto a comparação das leis resultantes do modelo com as leis utilizadas. Objetiva-se a demonstração da viabilidade de se aplicar uma metodologia de análise visando a determinação de leis que permitam eclusagens mais rápidas.

#### V.2.2- CARACTERÍSTICAS DA APLICAÇÃO

Antes mesmo de aplicar o modelo de otimização (sem as variáveis inteiras), era necessário testar os valores do nível d'água na câmara, velocidade, pressão a jusante da comporta e índice de cavitação obtidos com o SEEEC-1 [13] e com o modelo de simulação desenvolvido. A correspondência dos valores foi considerada satisfatória, em função da pequena diferença entre eles.

Os valores de aceleração do nível d'água na câmara, resultantes da aplicação da Transformada de Laplace, são susceptíveis à algumas oscilações. Este fato é observado principalmente quando a discretização é feita com poucos pontos. Não foi possível compará-los por falta de dados relativos à aceleração nas referências consultadas.

Porém, mesmo para discretizações grosseiras, os valores da posição e velocidade do nível d'água são bastante regulares. Fundamental para convergência do modelo é o atendimento da equação diferencial do escoamento em qualquer ponto, o que ocorre a menos de um erro insignificante (como comentado no item (IV.5.3)).

As leis de manobra recomendadas não evitam o surgimento de condições cavitantes no início da operação, segundo critério de projeto. Para aplicação do modelo de otimização, considerou-se o início das operações com a mesma sequência de aberturas (abertura até 15% do total), de tal forma que as leis de manobra a serem obtidas não atendem o critério de cavitação durante os mesmos intervalos iniciais do tempo de operação.

O limite para velocidade máxima do nível d'água é específico para cada eclusa e cada embarcação. Para efeito de aplicação, o limite considerado foi o valor máximo alcançado em cada operação, ou seja, 0,046 m/s para o desnível inicial de 24,08m, e 0,054 m/s para o desnível inicial de 28,40m.



A área sob as comportas igual a zero (comportas fechadas) ao final da operação é uma condição do modelo. Nas operações recomendadas, as comportas são mantidas totalmente abertas, até que a posição do nível d'água na câmara seja igual à cota do nível d'água do reservatório (enchimento), ou do canal de jusante (esgotamento).

Com essas considerações, as condições com que foram obtidas as leis de manobra foram reproduzidas tanto quanto possível. Portanto, se houvesse a possibilidade de operar as comportas com qualquer velocidade, não haveria nenhum impedimento para utilização das leis de manobra resultantes do modelo de otimização.

Os valores dos coeficientes de perda de carga na comporta e dos coeficientes de contração do jato são dados do modelo [13]; nas figuras (V.3) e (V.4) são apresentados esses valores. No gráfico relacionando os valores de sigma crítico e a área de abertura relativa das comportas (figura (V.5)), são apresentadas duas curvas: a primeira, para o limite de cavitação crítica, e a segunda, para cavitação incipiente. Os valores intermediários são obtidos por interpolação linear.

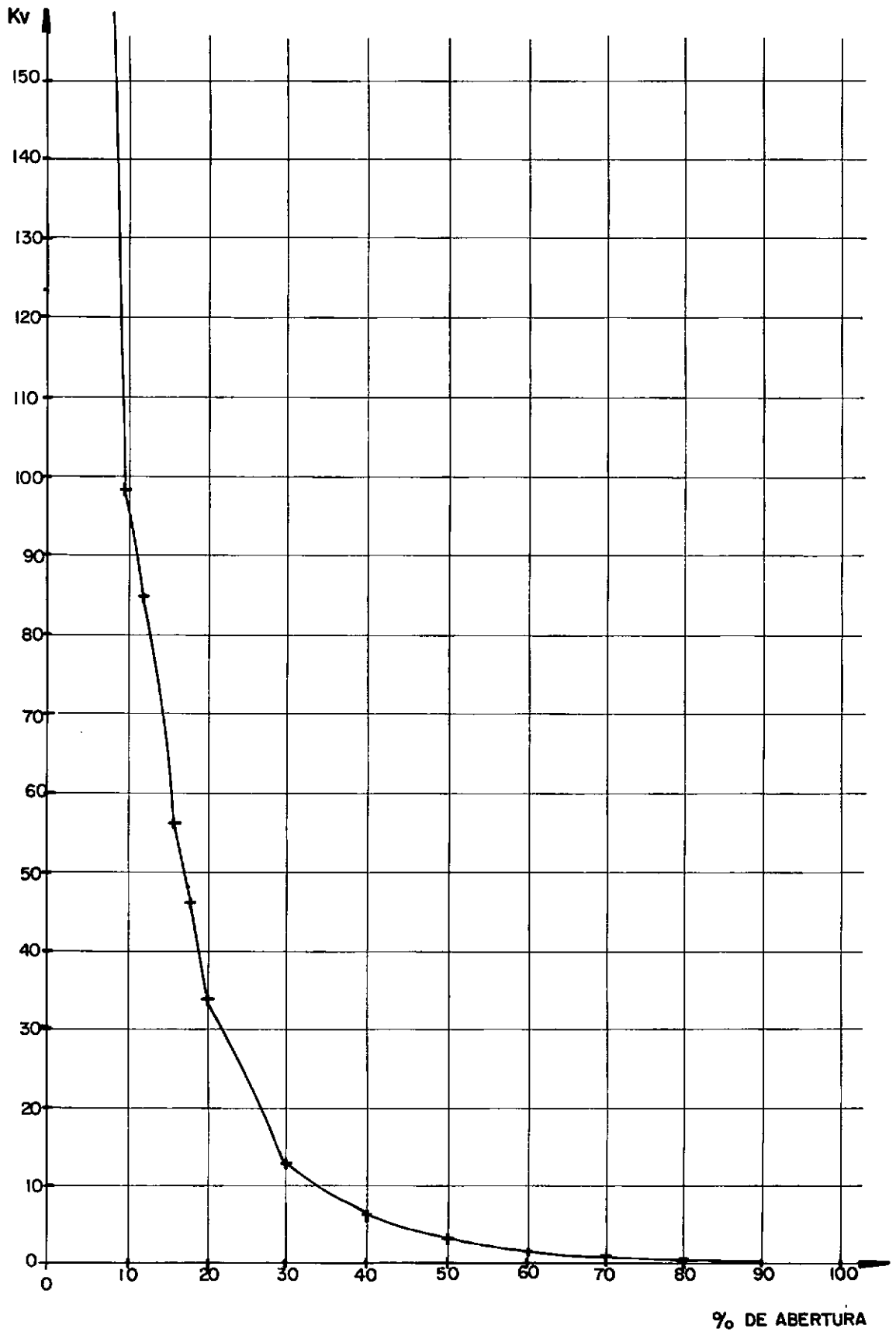


FIG. V. 3 - COEFICIENTE DE PERDA DE CARGA NA COMPORTA

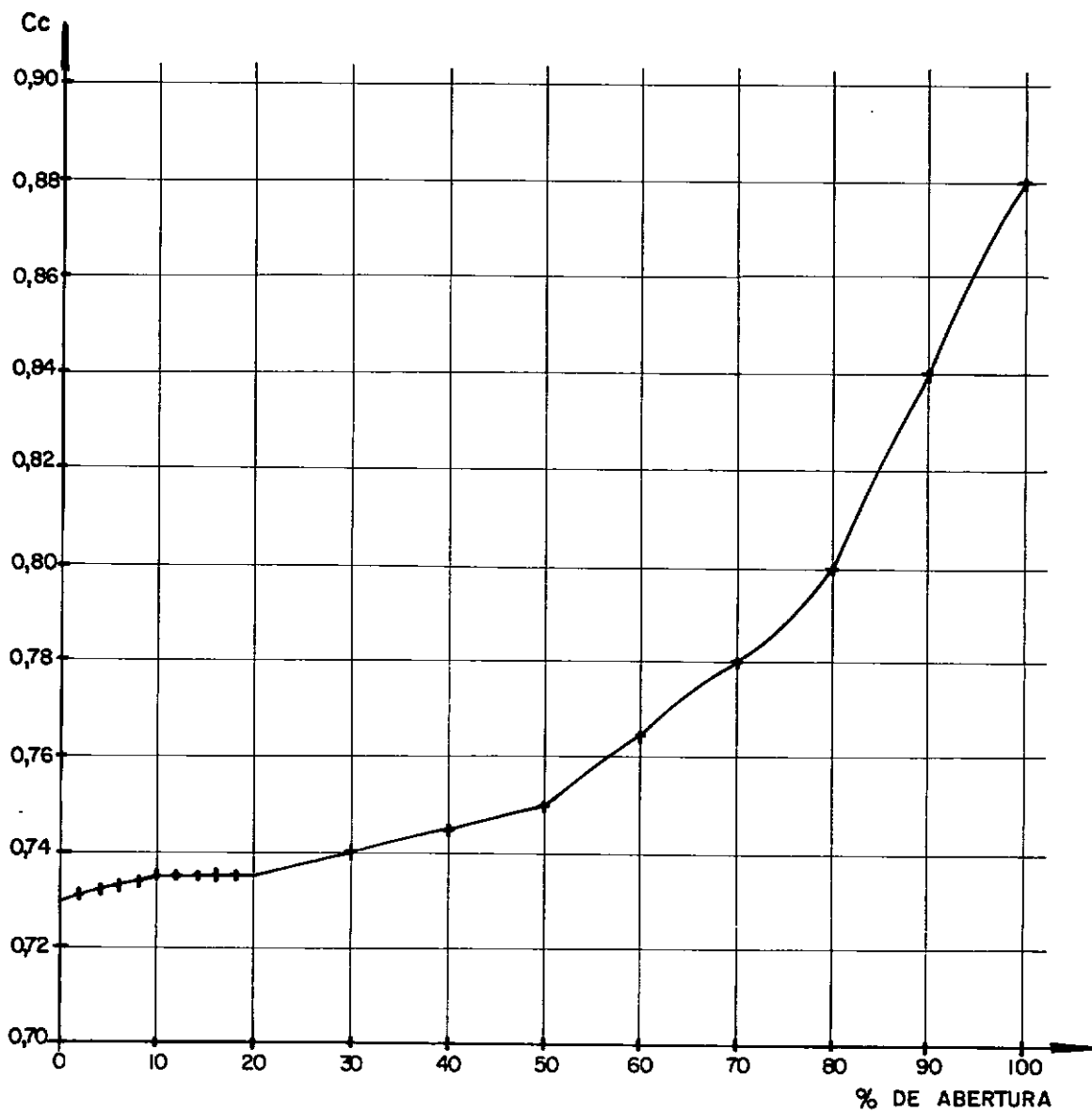


FIG. V. 4 - COEFICIENTE DE CONTRAÇÃO DO JATO NA COMPORTA

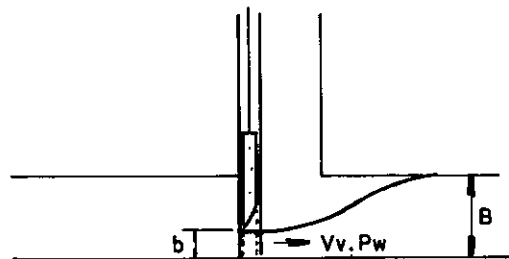
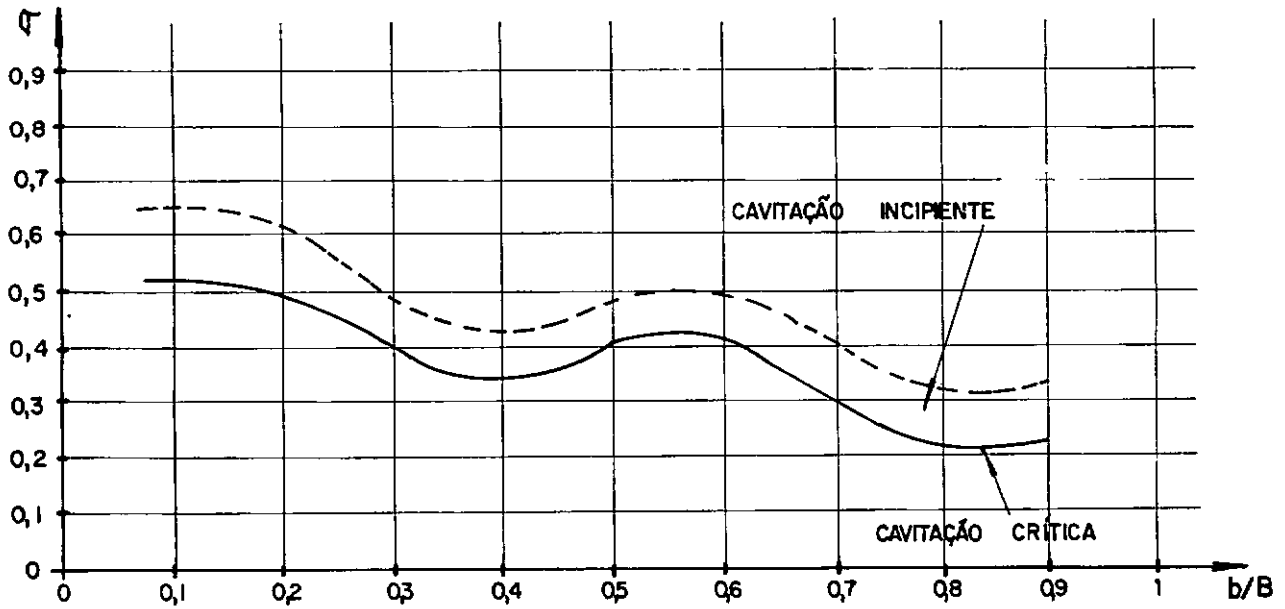


FIG. V.5 - CRITÉRIO DE CAVITAÇÃO

O sigma de cavitação incipiente corresponde ao estágio inicial da cavitação, sendo considerado conservativo para o projeto. Isto porque o ruído não é desagradável, não existe vibração mensurável e não ocorrem danos significativos.

O sigma de cavitação crítica é o estágio próximo seguinte mais elevado da intensidade. A cavitação em ponto crítico não irá reduzir a vida das comportas. Além deste limite, a intensidade dos distúrbios pode aumentar rapidamente, com pequenas alterações no escoamento.

Como a cavitação se constitui em processo fortuito, não existe realmente um ponto definitivo que separa a faixa não cavitante da cavitante. Devido a este fato, são feitos ensaios nas eclusas para verificação dos valores de sigma que correspondem a situações cavitantes.

Para o modelo, a curva de sigma a ser adotada é irrelevante, pois deseja-se comprovar sua aplicabilidade para qualquer uma delas. Nos exemplos rodados, optou-se pela curva com valores limite de cavitação incipiente (mais rigoroso).

### V.2.3- LEIS DE MANOBRA OBTIDAS COM O MODELO DE OTIMIZAÇÃO

Nas figuras (V.6) a (V.8), são apresentados alguns dos resultados obtidos, para a etapa de enchimento, da aplicação do modelo de otimização ao caso da Eclusa de Promissão.

Na sequência de leis obtidas (figuras (V.6.a) a (V.6.j)), para o desnível inicial de 28,40m, não foram consideradas todas as leis intermediárias fornecidas pelo modelo. Porém, os resultados plotados permitem avaliar o processo de otimização.

As leis inicial, II e III mostram a otimização para um mesmo tempo  $T = 1001,75$  s (tempo médio entre a estimativa mínima e máxima). Nota-se que, com a evolução do processo, são alcançadas cotas do nível d'água na câmara cada vez mais altas (figura (V.6.c)).

Como a cota máxima atingida é inferior à cota do nível d'água do reservatório, escolhe-se um novo tempo (técnica da bissecção) superior. Uma vez que o vetor solução parcial de área (lei III) já contém um patamar no valor máximo de abertura, e a velocidade máxima do nível d'água ocorre antes deste patamar ter sido atingido, a obtenção dos novos vetores iniciais restringir-se-á em alterar o tempo de permanência das comportas totalmente abertas.

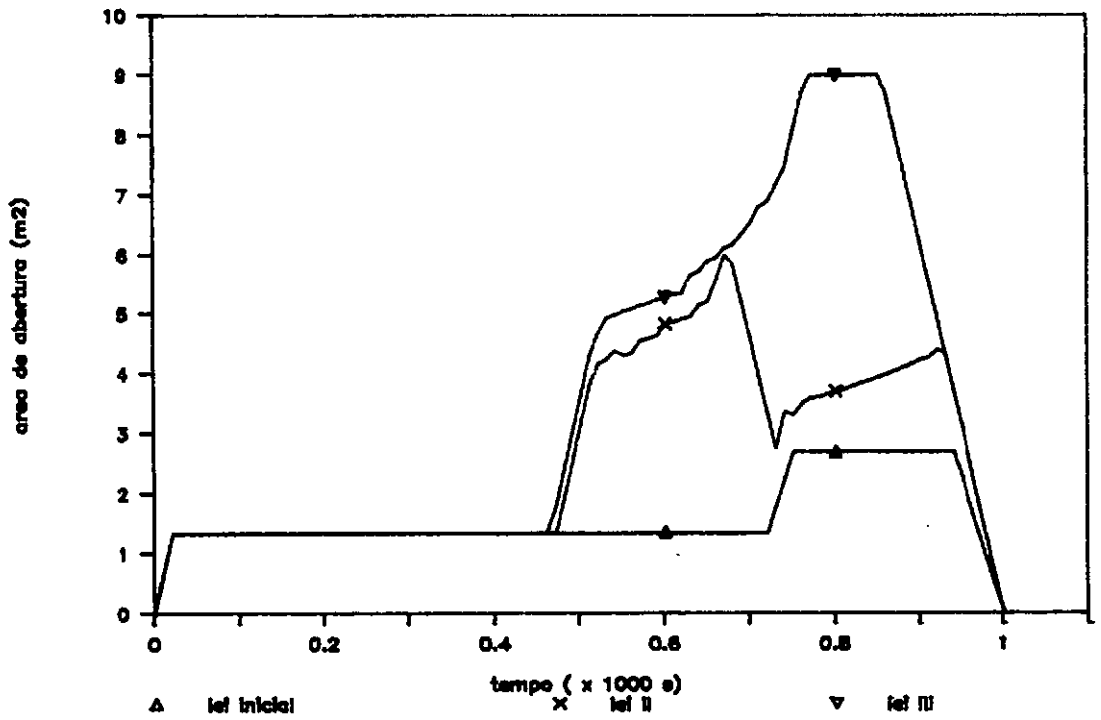


FIG.V.6.a - Sequência de leis de manobra  
(áreas sob a comporta) leis inicial, II e III

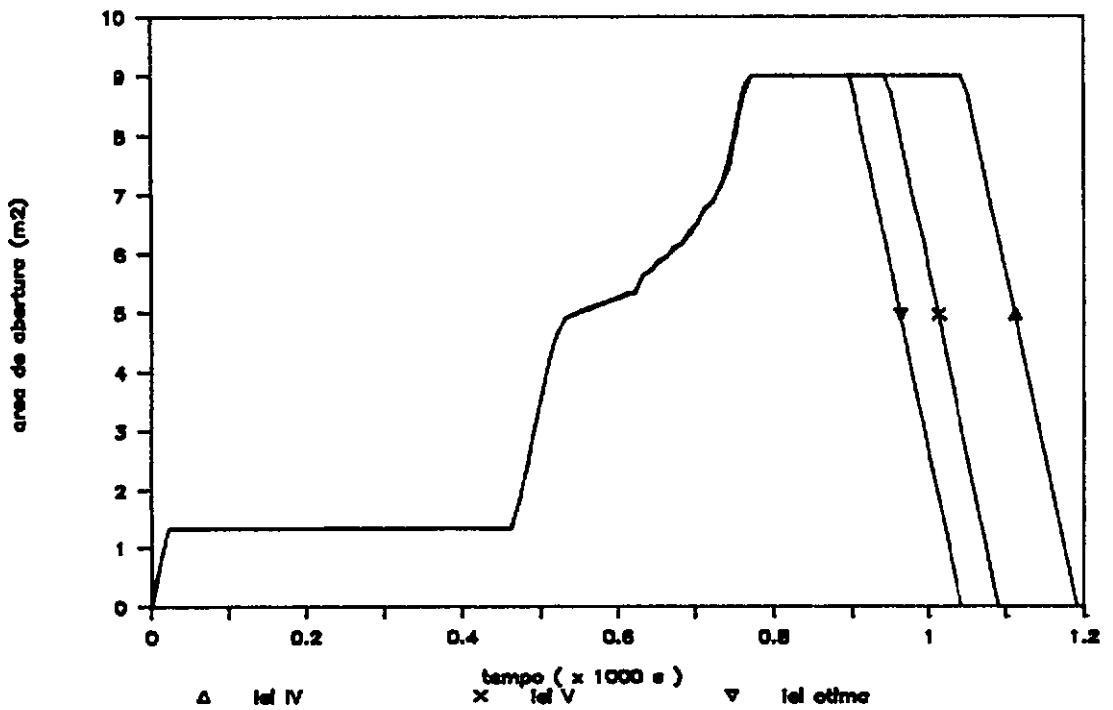


FIG.V.6.b - Sequência de leis de manobra  
(áreas sob a comporta) leis IV, V e ótima

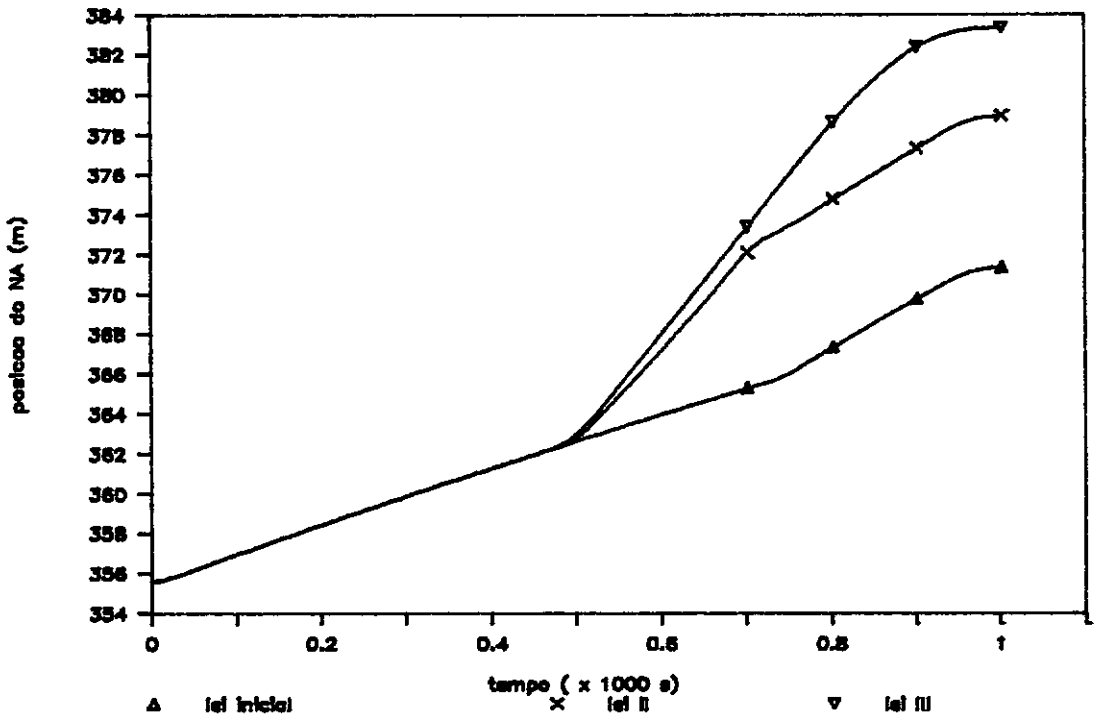


FIG.V.6.c - Sequência de leis de manobra  
(posição do nível d'água) leis inicial, II e III

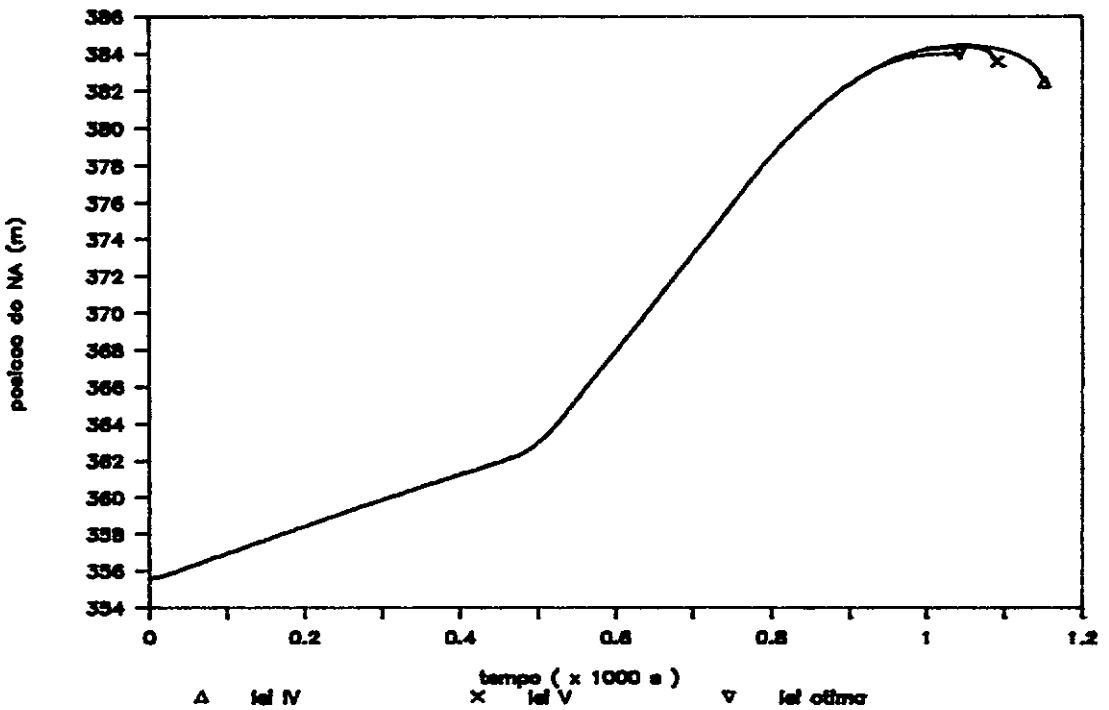


FIG.V.6.d - Sequência de leis de manobra  
(posição do nível d'água) leis IV, V e ótima



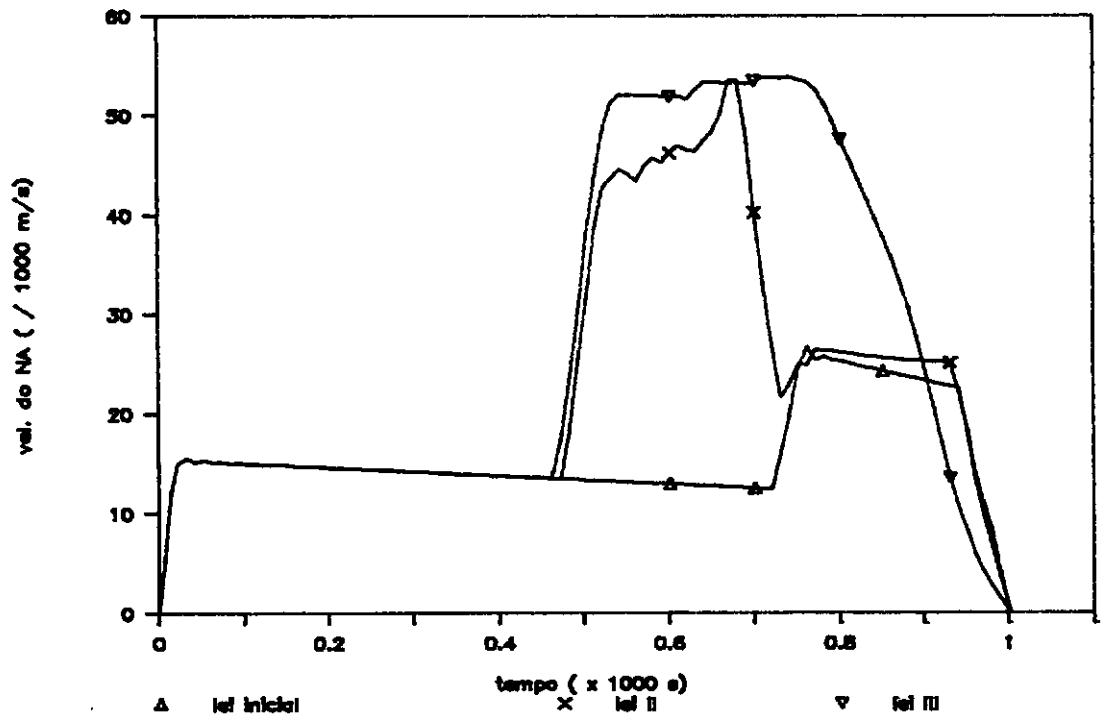


FIG.V.6.e - Sequência de leis de manobra  
(velocidade do nível d'água) leis inicial, II e III

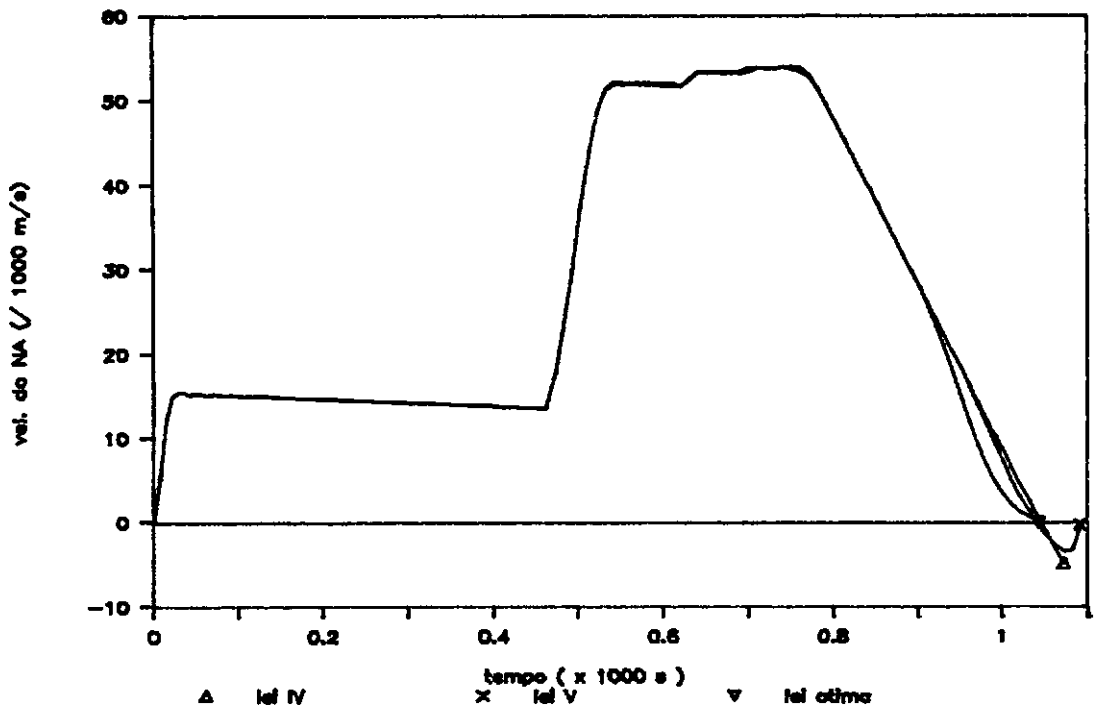


FIG.V.6.f - Sequência de leis de manobra  
(velocidade do nível d'água) leis IV, V e ótima

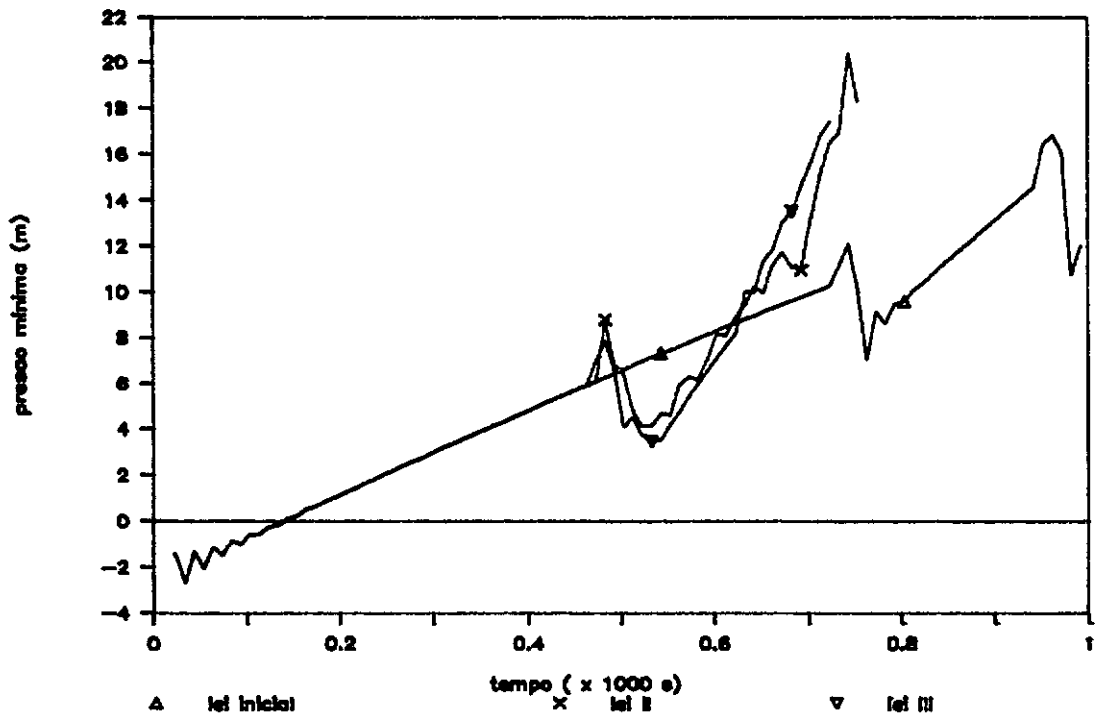


FIG.V.6.g - Sequência de leis de manobra  
( p<sub>r</sub> ) leis inicial, II e III

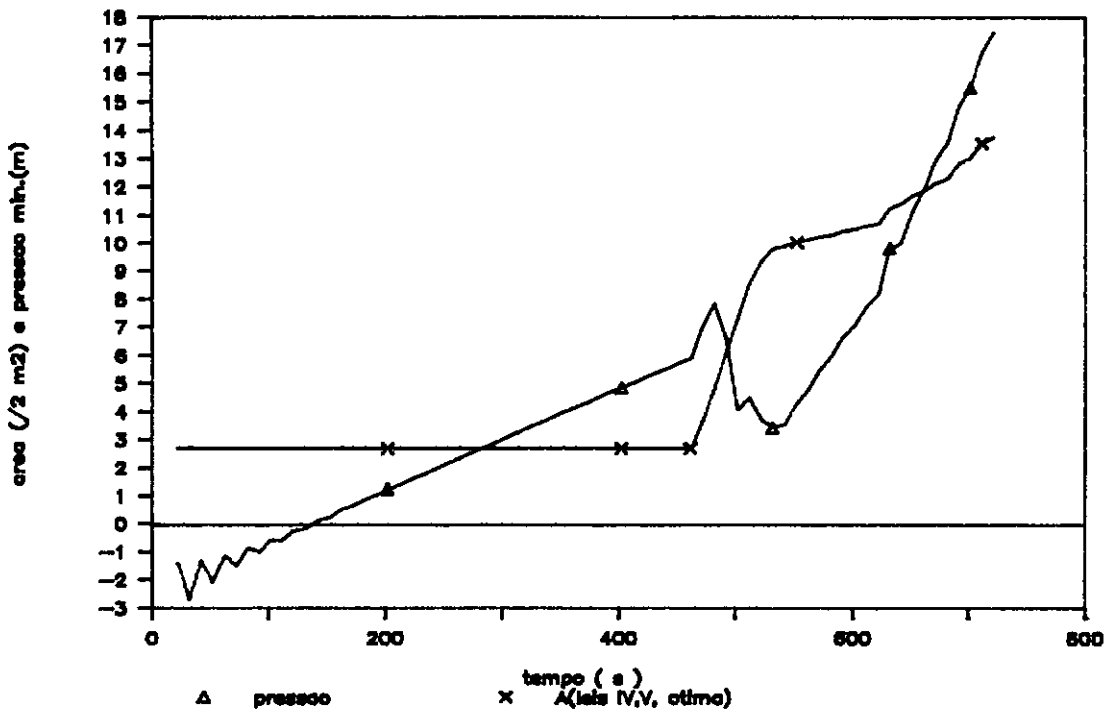


FIG.V.6.h - Sequência de leis de manobra  
( p<sub>r</sub> ) leis IV, V e ótima

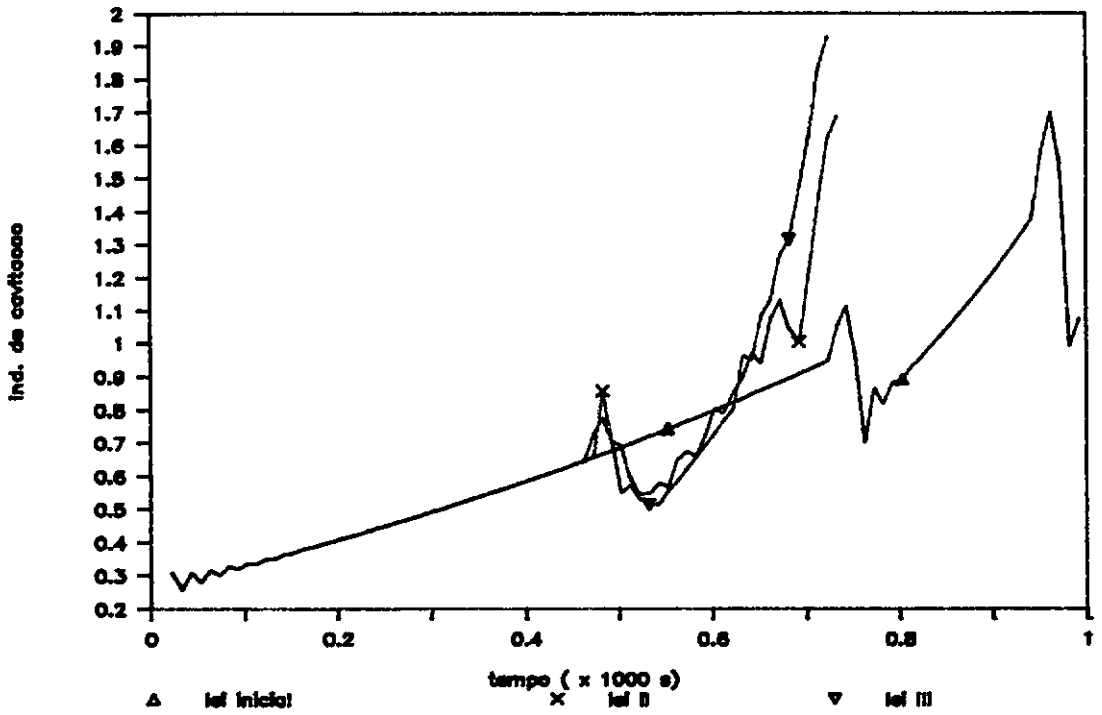


FIG.V.6.i - Sequência de leis de manobra  
(índice de cavitação) leis inicial, II e III

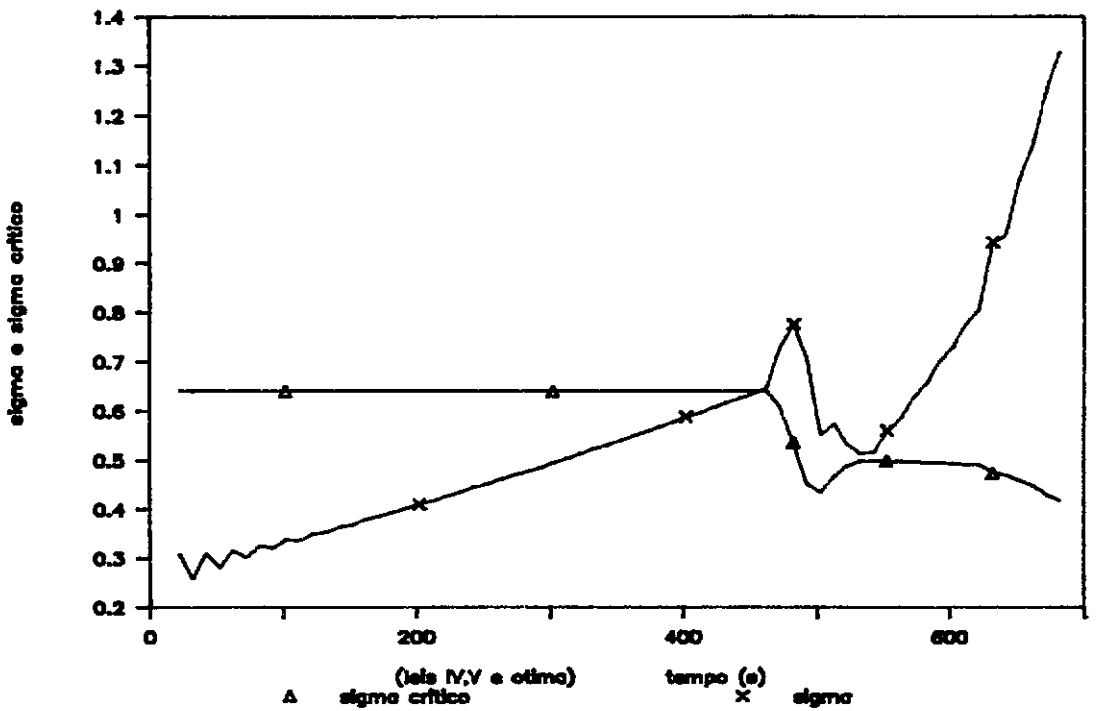


FIG.V.6.j - Sequência de leis de manobra  
(índice de cavitação) leis IV, V e ótima

As leis IV, V e Ótima são coincidentes, neste caso, até o instante em que, para a lei Ótima, as comportas começam a serem fechadas. Para as duas primeiras, a posição do nível d'água ultrapassa, antes do final do processo, a cota do nível d'água do reservatório. Já para a lei Ótima, a posição final do nível d'água é igual à cota do nível d'água do reservatório, e a velocidade do nível d'água nula.

A lei de manobra Ótima, como comentado no item (IV.5.2), permite uma aproximação por uma sequência de manobras lineares. Assim que o critério de cavitação é atendido, as comportas são abertas com a velocidade máxima permitida, até o instante em que este critério possa ser violado ou a velocidade máxima do nível d'água atingida. A fase seguinte é crítica, pois essas restrições estão próximas de não serem obedecidas.

Superada esta etapa, o risco de cavitação já é mínimo. Os valores de área até o final do processo dependem apenas das restrições de velocidade do nível d'água e de abertura ou fechamento das comportas.

As comportas são abertas com sua velocidade limite novamente, até a abertura total. O início deste procedimento está relacionado à garantia da ocorrência da velocidade máxima do nível d'água na câmara antes das comportas estarem totalmente abertas.

Elas serão mantidas nesta posição até o momento em que, fechadas com a velocidade máxima, a posição final do nível d'água na câmara seja igual à cota do nível d'água do reservatório. Além disso, garante-se a velocidade do nível d'água nula ao final da operação.

A quase todo ponto da discretização do problema linearizado, uma das restrições é ativa. Observa-se este fato, principalmente, para o problema linearizado. Com a adaptação às condições não-lineares, alguns pontos passam a não apresentar esta característica.

Após o início cavitante, as restrições ativas são as relativas à velocidade de acionamento das comportas e ao risco de cavitação. Depois, a restrição limitante da velocidade do nível d'água começa a ser atingida, enquanto que a de cavitação não é mais alcançada. Finalmente, atinge-se a área de abertura total, com posterior fechamento das comportas com a máxima velocidade possível.

Ainda que não seja o intuito da aplicação, comparou-se, para o desnível de 24,08m, a lei utilizada atualmente e a lei obtida com o modelo (figuras (V.7.a) a (V.7.f)). No primeiro caso, verifica-se que a posição do nível d'água na câmara ultrapassa a cota do nível d'água do reservatório, quando a velocidade do nível d'água é positiva, caracterizando o sobre-enchimento. A imposição do fechamento das comportas ao final da operação apresenta-se como uma solução eficaz para evitar este problema.

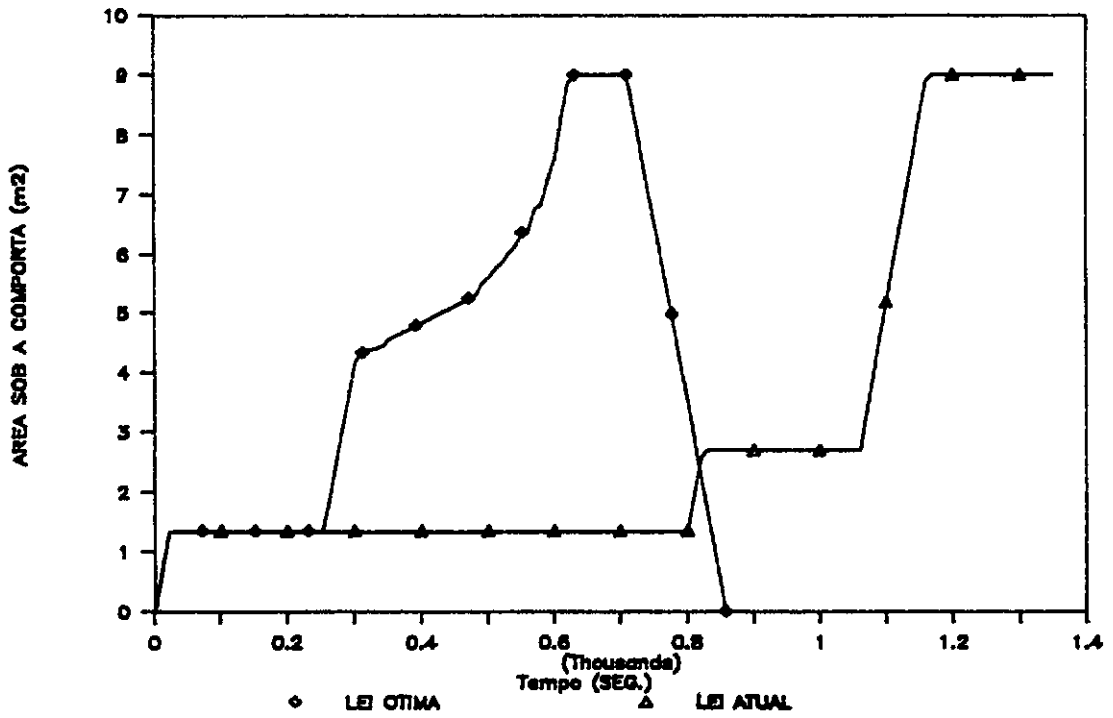


FIG.V.7.a - Comparação entre a lei ótima e a lei atual (área sob a comporta)

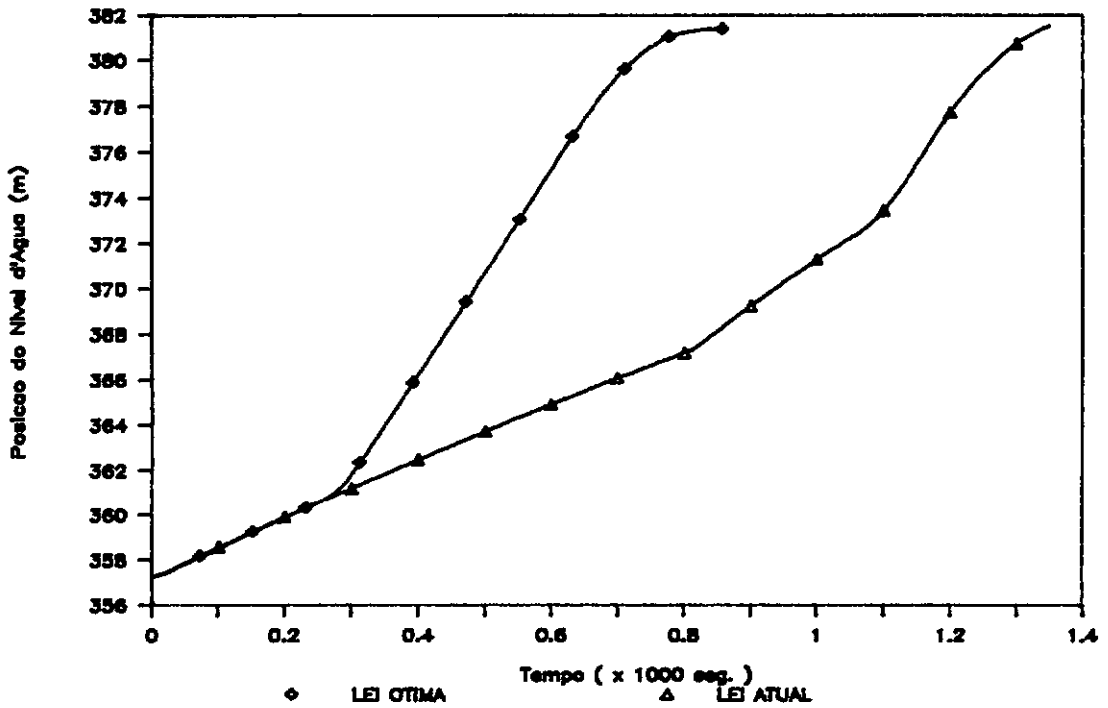


FIG.V.7.b - Comparação entre a lei ótima e a lei atual (posição do nível d'água)

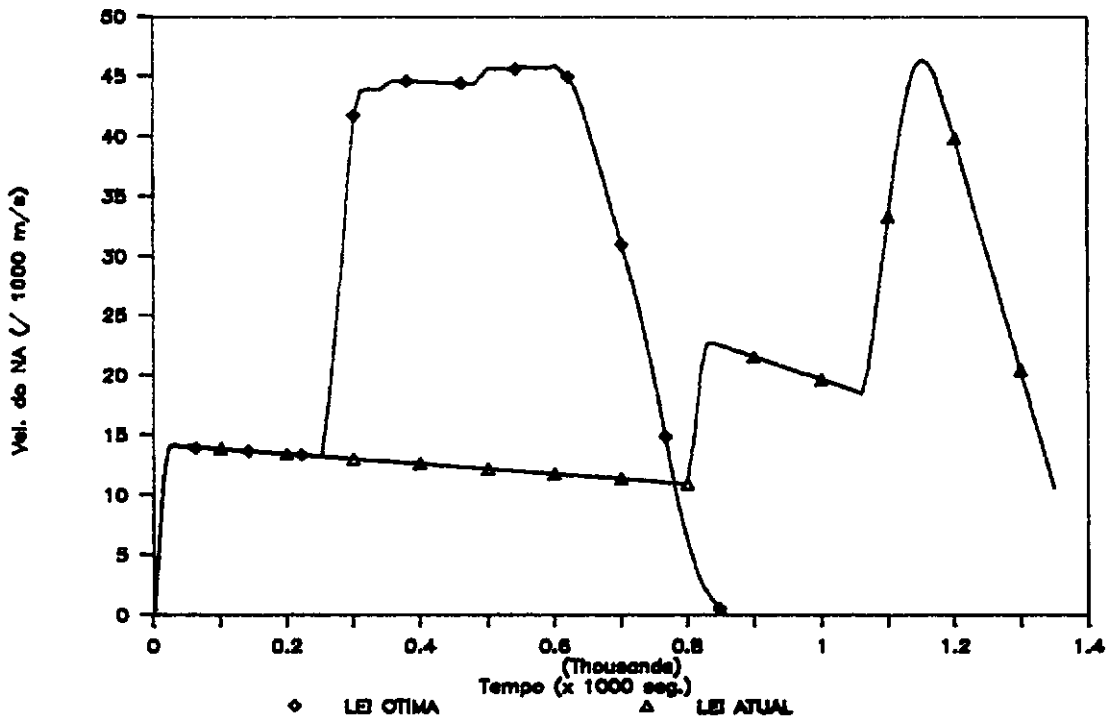


FIG.V.7.c - Comparação entre a lei ótima e a lei atual (velocidade do nível d'água na câmara)

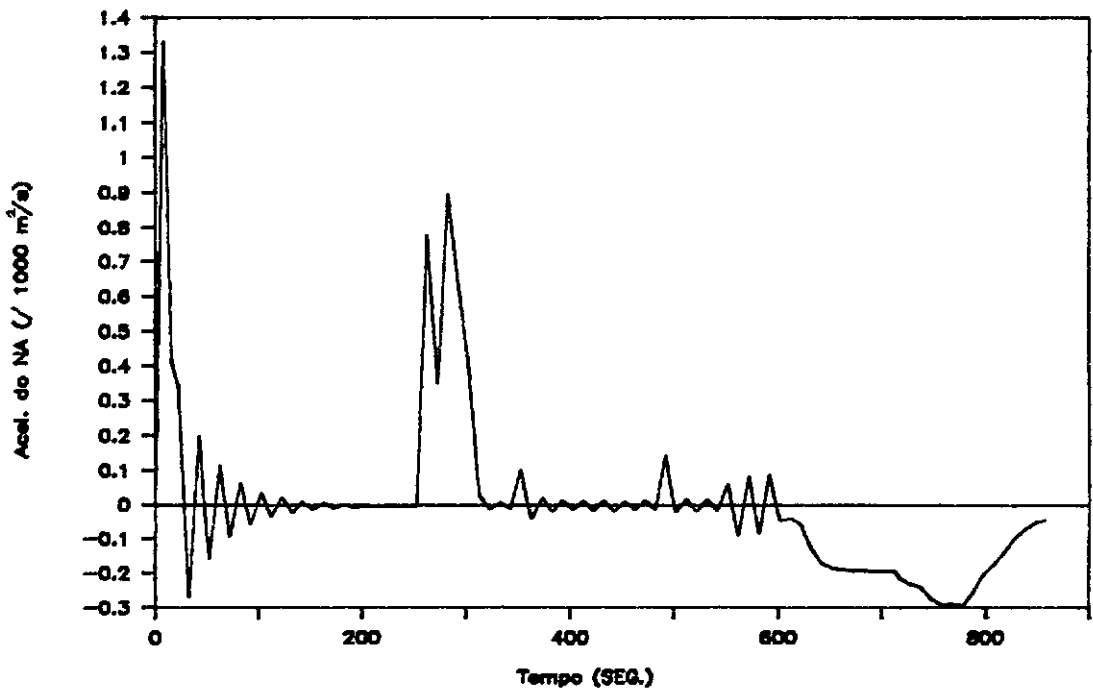


FIG.V.7.d - Aceleração do nível d'água na câmara (lei ótima)

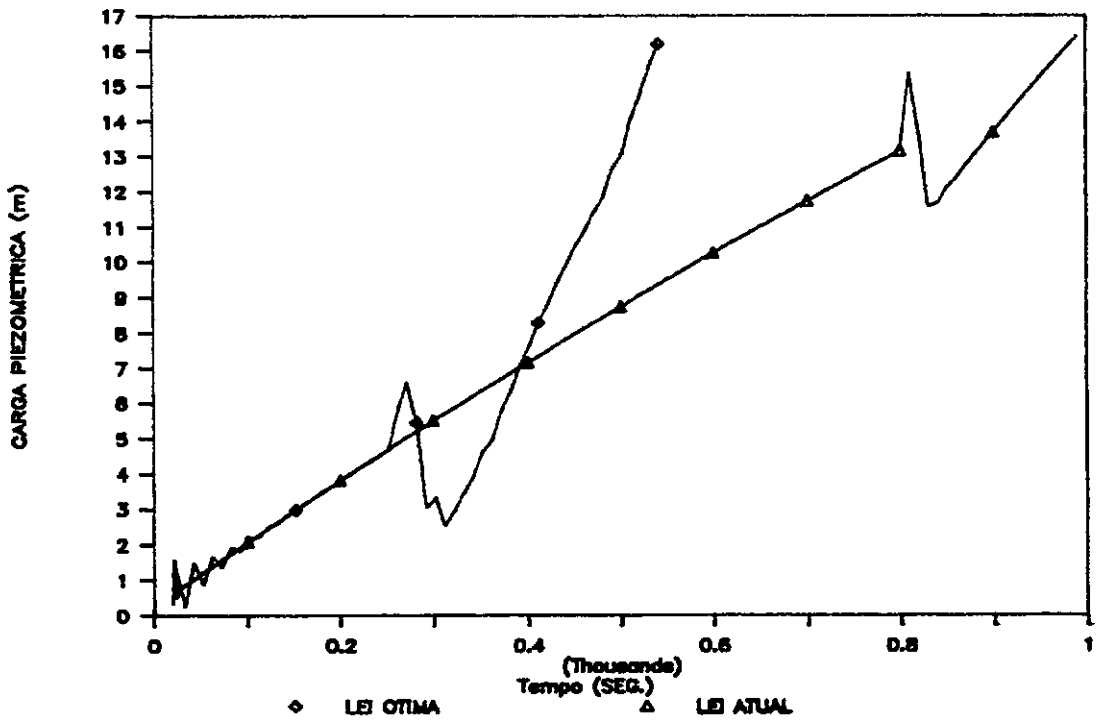


FIG.V.7.e - Comparação entre a lei ótima e a lei atual (pressão mínima no teto do aqueduto a jusante da comporta)

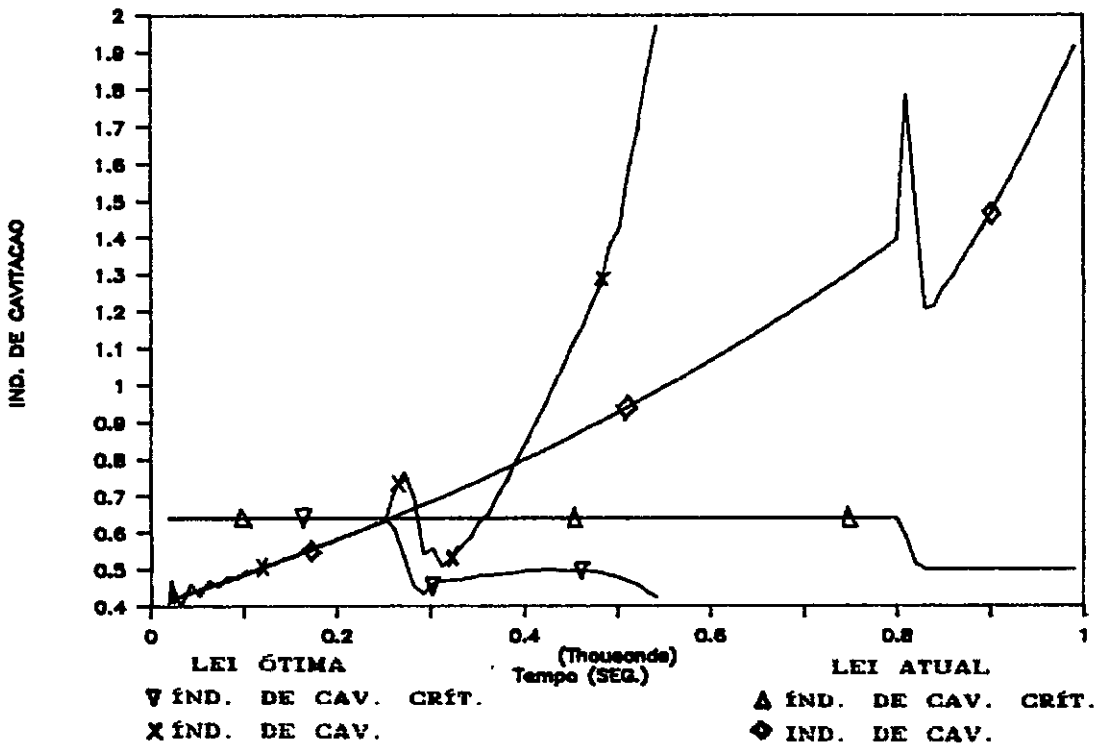


FIG.V.7.f - Comparação entre a lei ótima e a lei atual (índice de cavitação)



A redução do tempo de enchimento, superior a 35%, é possível em função do intervalo de tempo em que a operação é realizada com velocidades do nível d'água na câmara bem próximas do limite máximo. Os valores de aceleração do nível d'água na câmara, não fornecidos para a lei atual, são bastante oscilantes, fato que não impede o atendimento da equação diferencial do escoamento em todos os pontos da discretização.

São apresentados nas figuras (V.8.a) a (V.8.e) os resultados da aplicação do modelo, para o desnível inicial de 28,40m, considerando leis de manobra em que as comportas são abertas inicialmente até 30% e 45% da abertura máxima. Essas leis são comparadas à lei em que as comportas são abertas até 15% do máximo.

O tempo de enchimento diminui consideravelmente com o aumento da abertura inicial. A conveniência da adoção dessas leis depende dos danos provocados pela cavitação no início da operação. Seria fundamental o conhecimento da intensidade desses em função dos valores do índice de cavitação e do tempo de permanência do fenômeno.

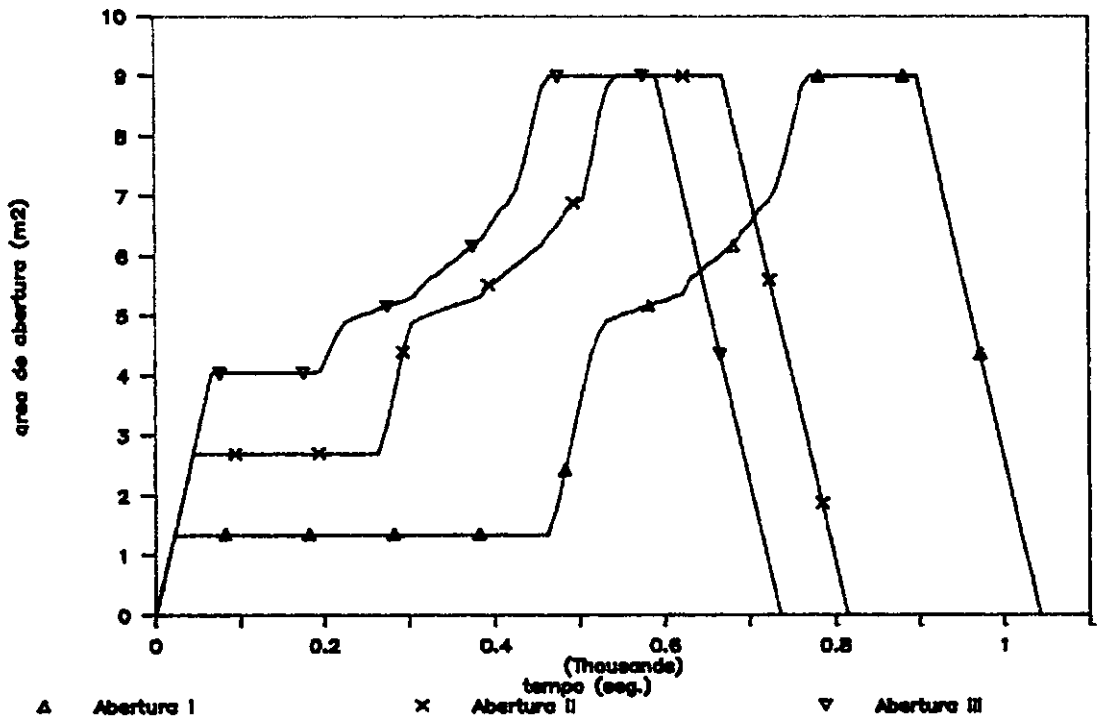


FIG.V.8.a - Leis de Manobra com patamar inicial diferente (área sob a comporta)

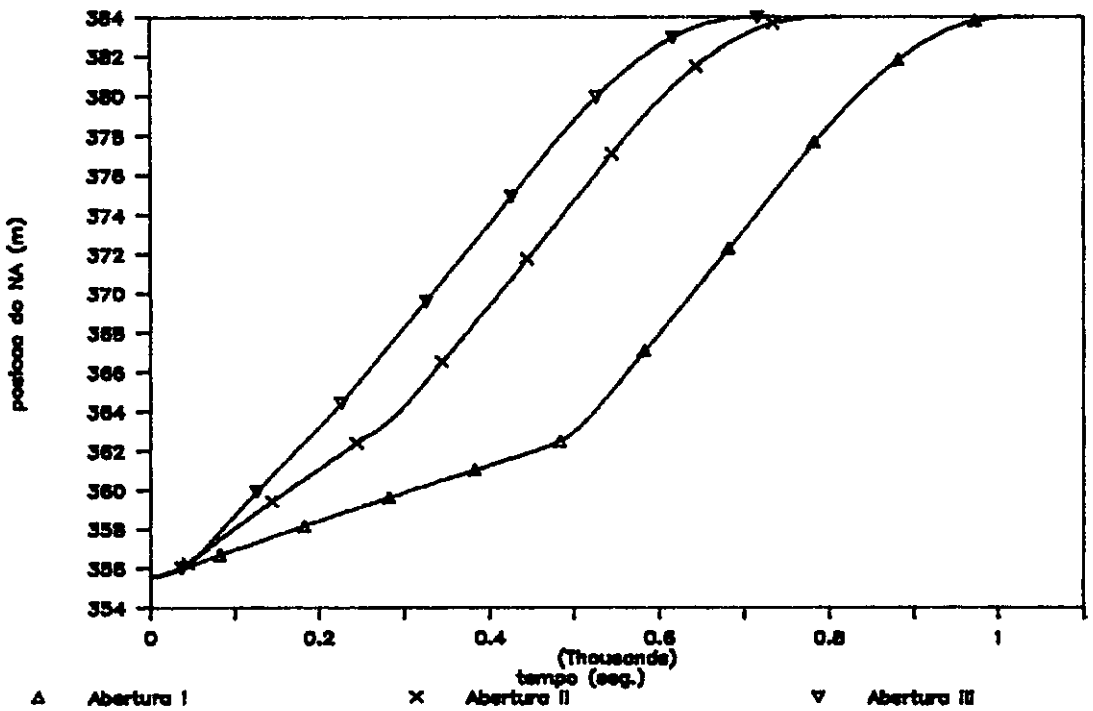


FIG.V.8.b - Leis de Manobra com patamar inicial diferente (posição do nível d'água)

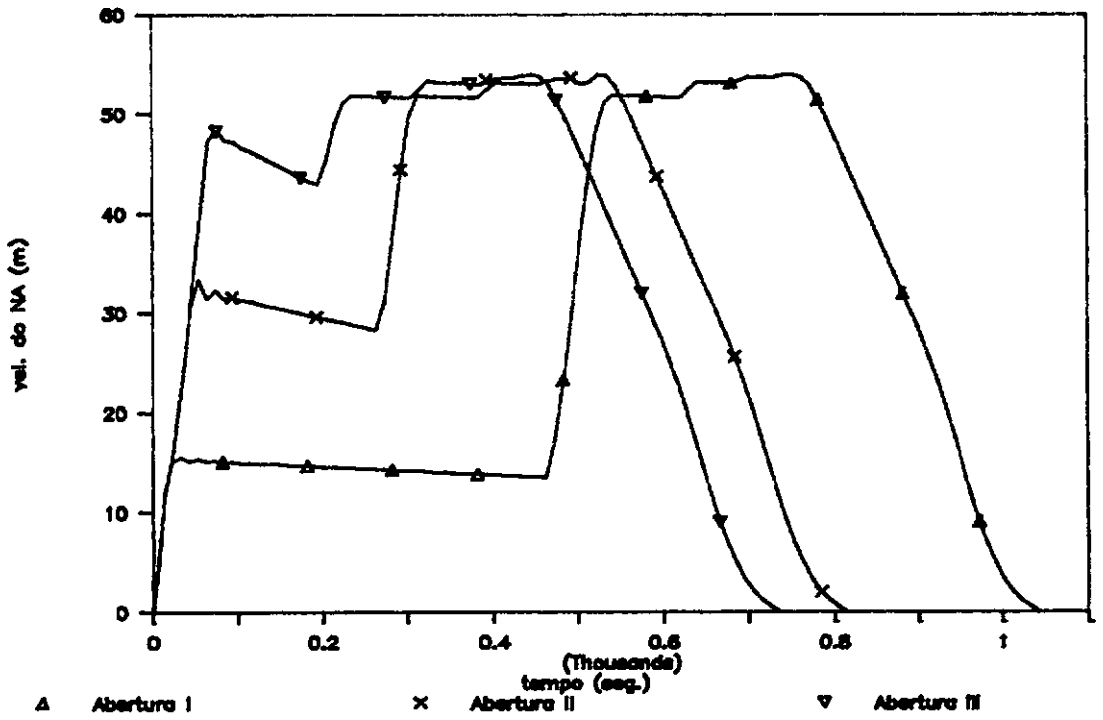


FIG.V.8.c - Leis de Manobra com patamar inicial diferente (velocidade do nível d'água)

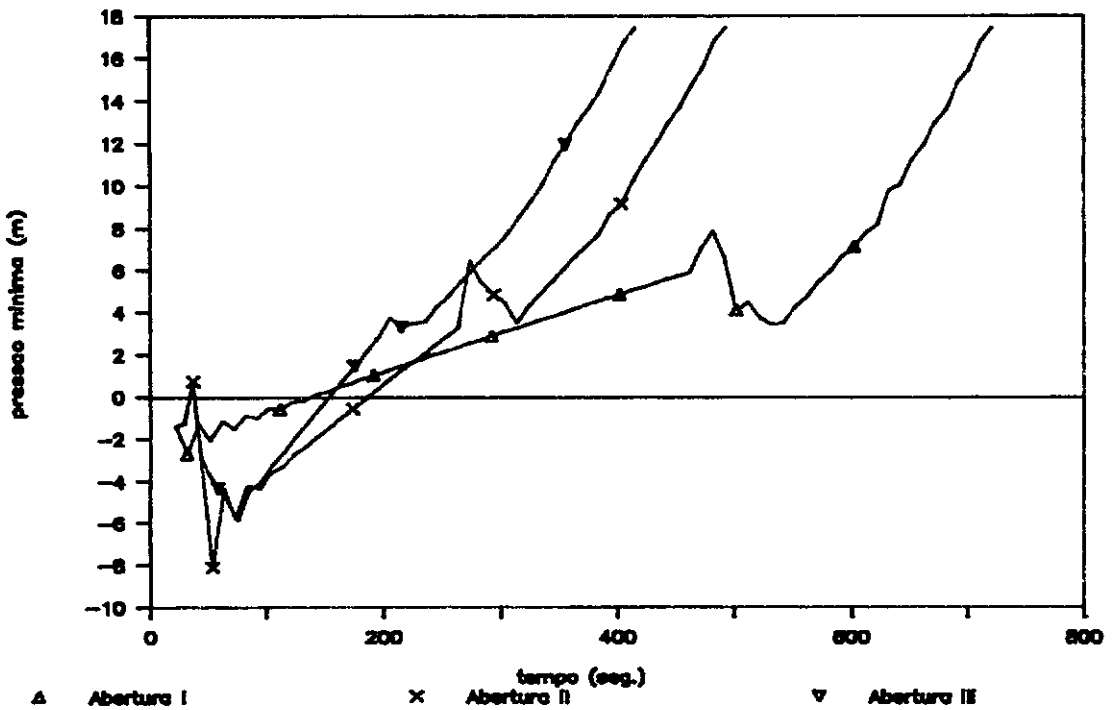


FIG.V.8.d - Leis de Manobra com patamar inicial diferente ( $p_r$ )

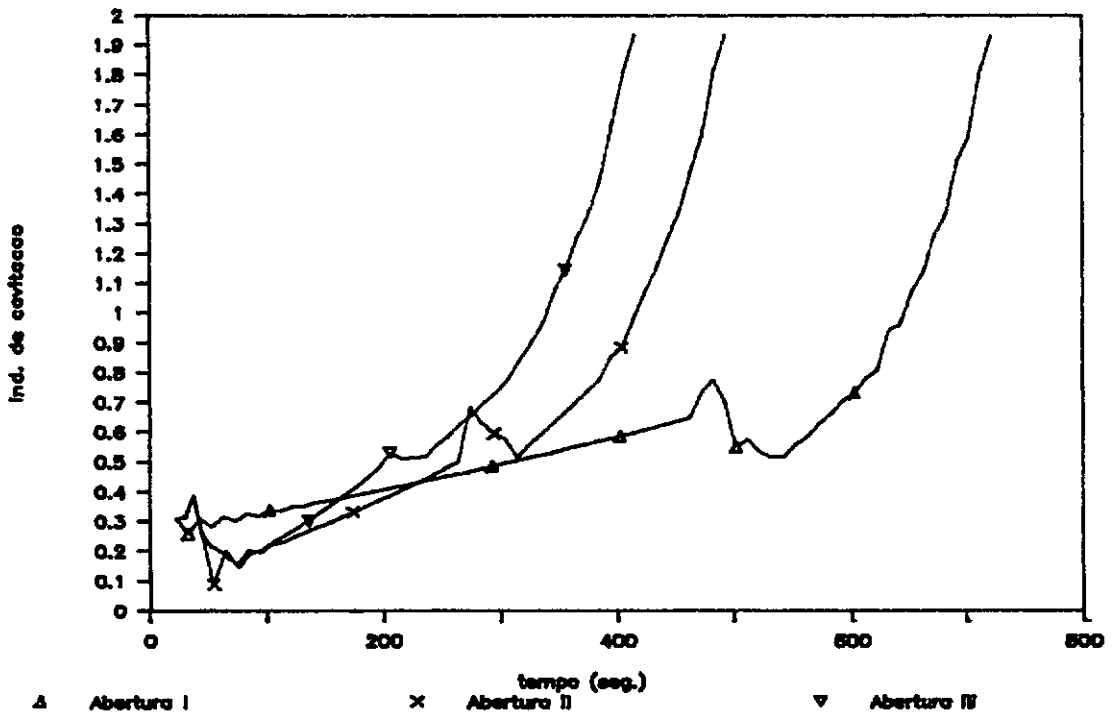


FIG.V.8.e - Leis de Manobra com patamar inicial diferente (índice de cavitação)

## CAPÍTULO VI

### CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Com o modelo de otimização desenvolvido, o objetivo inicial do trabalho foi plenamente atingido. A metodologia adotada mostrou-se eficiente, permitindo a obtenção da lei ótima de manobra de comportas dos sistemas de enchimento e esgotamento de eclusas em alguns casos, ou uma boa aproximação em outros.

A opção pelo método de programação linear seqüencial (depois da discretização do problema), através de linearizações sucessivas, confirmou a expectativa em relação à sua simplicidade de aplicação. Porém, em algumas aplicações, o vetor solução do problema linear não atendia às restrições impostas ao problema não-linear.

Nestes casos, alguma iteração entre o engenheiro e o modelo é necessária, para reduzir ou minimizar os efeitos negativos do fato do problema não-linear ser representado de forma linear. O processo acaba convergindo para um vetor solução viável, e respectiva lei de manobra, que, do ponto de vista de engenharia, está suficientemente próxima da lei ótima, conquanto que a discretização não seja grosseira demais.

A utilização da Transformada de Laplace para resolução numérica da equação diferencial, que representa o escoamento transitório nos aquedutos de uma eclusa, apresentou vantagens em termos de eficiência, estabilidade e precisão numérica. As variáveis de posição, velocidade e aceleração do nível d'água na câmara ficam inter-relacionadas de forma consistente, baseadas em integrais de convolução, que podem ser calculadas numericamente, facilitando a linearização das restrições.

O modelo de simulação obtido é simples, função do tratamento simplificado dado aos fenômenos hidráulicos envolvidos. Os fenômenos oscilatórios que ocorrem no interior da câmara, por exemplo, não foram especificamente considerados; relacionou-se, portanto, o critério de segurança das embarcações no interior da eclusa à velocidade máxima ascensional ou descensional do nível d'água na câmara.

A imposição das comportas fechadas ao final da operação, diferentemente da prática usual em modelos de eclusa, mostrou-se uma solução eficaz no sentido de evitar sobre-enchimentos, resultando em uma redução no tempo de eclusagem. Assim, no caso do enchimento, por exemplo, a posição do nível d'água na câmara ao final da operação é igual à cota do nível d'água do reservatório (sem antes tê-la ultrapassada) e a velocidade do nível d'água da câmara é nula.

Visando à generalização do processo de otimização, procedeu-se a uma adimensionalização das variáveis do problema. Desta forma, torna-se possível comparar resultados de eclusas com características distintas.

A adimensionalização apresenta-se como um caminho indicado para um estudo sistemático das leis ótimas de manobra de comportas. O ideal seria elaborar um ábaco, onde a lei de manobra pudesse ser obtida como função de alguns parâmetros adimensionais.

A grande dificuldade resulta da complexidade da função do coeficiente de perda de carga na comporta e do coeficiente de contração. Além disso, estes valores estão associados, respectivamente, aos termos não lineares da equação do escoamento e da restrição de cavitação.

A adimensionalização ainda poderia servir de suporte para análises em modelos físicos em escala reduzida. Poder-se-ia obter um modelo que representasse, de forma mais acurada, a totalidade, ou parte, dos circuitos hidráulicos de enchimento e esgotamento da eclusa; por exemplo, impondo-se a igualdade de algum parâmetro adimensional neste modelo e no protótipo, tal como o termo  $\omega^2 h_G A_c^2 / (2 g A_1^2)$  na equação (B.12) - considerando  $A_1 = A_2$ .

As variáveis inteiras no modelo de otimização são utilizadas para considerar a aeração do escoamento (ver item (IV.4)) e o acionamento das comportas com velocidades limitadas a valores discretos (ver item (IV.5)). Dependendo das características da eclusa, o modelo geral pode ser aplicado levando-se em conta as duas condições anteriores, ou cada uma separadamente.

A aplicação do modelo, na sua forma mais simples, demonstrou a eficiência da manobra utilizando velocidade variável de acionamento das comportas (até um valor máximo estabelecido), indicando que os fabricantes deveriam ser questionados para o atendimento dessa exigência. No âmbito desta pesquisa, não foram obtidos resultados com o modelo na sua forma mais geral, em função de algumas dificuldades computacionais deparadas quando da consideração de variáveis inteiras.

Os algoritmos desenvolvidos para obter uma solução ótima para problemas de programação linear inteira mista, caso do modelo completo, não possuem eficiência computacional que seja, mesmo remotamente, comparável à do Método Simplex [14]. Quanto menor o número de variáveis inteiras, maior a probabilidade de obtenção da solução ótima. Como a cavitação só é problemática durante certos estágios da operação, recomenda-se, para eclusas onde a aeração é permitida, aplicar o modelo com variáveis inteiras - considerando a restrição de cavitação, na forma mais simples, apenas nos pontos considerados críticos.



Para considerar velocidades discretas, de acionamento das comportas, o modelo com as variáveis inteiras poderia ser aplicado depois de obtida a lei ótima com o modelo na sua forma simples. Obter-se-ia um vetor inicial de áreas, depois de algumas adaptações, que poderia facilitar a otimização do processo.

No caso considerado (Eclusa de Promissão), por exemplo, as variáveis poderiam ser consideradas fixas nos pontos em que o valor da velocidade de acionamento das comportas é condizente com os valores possíveis. Além do pequeno número de variáveis inteiras, esta aplicação eliminaria a necessidade de considerar um valor destas variáveis para representar a operação de fechamento das comportas.

O processo deve ainda ser aprimorado no sentido de torná-lo mais automático. A iteração do engenheiro com o modelo não é a forma ideal de se proceder, pois a lei de manobra ótima é obtida de maneira menos expedita.

Outra informação a ser pesquisada é a densidade mínima de pontos que garante uma linearização eficiente. Esta informação tem por objetivo a obtenção do melhor compromisso entre recursos computacionais (memória, tempo) e aproximação obtida.

Espera-se, com este trabalho, ter contribuído, de maneira significativa, para o estudo de otimização das leis de manobra de comportas dos circuitos de enchimento e esgotamento de eclusas de navegação. O assunto não pôde ser exaurido neste trabalho, apresentando ainda desafios para novas pesquisas, seguindo as linhas acima indicadas, e, eventualmente, também aplicando técnicas de programação não-linear.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] CANHOLI, A. P., "Alguns Aspectos dos Esforços de Amarração no Projeto Hidráulico de Eclusas de Navegação", Dissertação Apresentada à Escola Politécnica da USP para Obtenção do Título de Mestre em Engenharia, São Paulo, 1984.
- [2] TULLIS, J. P., "Cavitação em Sistemas Hidráulicos", Intercâmbio Internacional sobre Transientes Hidráulicos & Cavitação, São Paulo, 1982.
- [3] USSAMI, H., CANHOLI, A. P., e CORADINI, L., "Aplicações da Modelagem Matemática em Sistemas de Enchimento e Esgotamento de Eclusas", Simpósio Luso-Brasileiro sobre Simulação e Modelação em Hidráulica e Recursos Hídricos, ABRH-APRC, Blumenau, 1983.
- [4] CHAUDRY, M. H., Applied Hydraulic Transient, New York, Van Nostrand Reinhold Company, 1979.
- [5] STREETER, V. L. e WYLIE, E. B., Hydraulic Transients, New York, McGraw-Hill Book Company, 1967.
- [6] WYLIE, E. B., e STREETER, V. L., Fluid Transients, New York, McGraw-Hill Book Company, 1978.

- [7] HONSI, A., CANHOLI, A. P., BARROS, A. A. P., ALMEIDA, USSAMI, H. e CORADINI, L., "Leis de Manobra de Válvulas em Sistemas de Enchimento e Esvaziamento de Eclusas de Navegação", Anais do XII Congresso Latino-Americano de Hidráulica, 1986.
- [8] KIRK, D. E., Optimal Control Theory, An Introduction, New Jersey, Prentice-Hall, INC., 1970.
- [9] FAN, L., The Continuous Maximum Principle, a study of complex systems optimization, New York, John Wiley & Sons, Inc., 1966.
- [10] WILDE, D. J., e BEIGHTLER, G. S., Foundations of Optimization, New Jersey, Prentice-Hall, Inc., 1967.
- [11] ORTEGA, J. M., e POOLE, W. G., Introduction to Numerical Methods for Differential Equations, Marshfield: Pitman, 1981.
- [12] PETRY, B., CANHOLI, A. P., e RODRIGUES, L. J. P., "Promissão Navigation Lock - A Case of Navigation Potential Downstream of the Lock Gates Adopted Measures to Minimize the Problem", Seminário Internacional de Casos e Acidentes em Fluidos - São Paulo, 1989.
- [13] THEMAG ENGENHARIA, "Estudos Hidráulicos Especiais da Eclusa de Promissão", (GESP), 1987.
- [14] HILLIER, F. S. e LIEBERMAN, G. J., Introduction to Operations Research, San Francisco, Holden-Day Inc., 1980.

- [15] STARK, P. A., Introdução aos Métodos Numéricos, Rio de Janeiro, Interciência, 1979.
- [16] THEMAG ENGENHARIA, "Eclusa 2 - Modelo Reduzido, Acompanhamento com o Modelo Matemático SEEEC-1, TUC-62-3020-RE", (PORTOBRÁS), 1983.
- [17] BOYCE, W. E. e DIPRIMA, R. C., Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems, New York, John Wiley & Sons, Inc., 1977.
- [18] USSAMI, H., "Comportamento Hidráulico dos Sistemas de Enchimento e Esgotamento de Eclusas de Navegação", Disertação Apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para Obtenção do Título de Mestre em Engenharia, São Paulo, 1980.
- [19] ÁVILA, G. S. S., Cálculo Diferencial e Integral III, Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, 1981.
- [20] CANHOLI, A. P., "Sistemas de Enchimento e Esvaziamento de Eclusas", Dissertação Apresentada à Escola Politécnica da USP - Seminário de Obras Fluviais - São Paulo, 1979.
- [21] DOURADO, G. L., "Principais Problemas Observados Durante o Enchimento de uma Eclusa de Média Queda - Seminário de Obras Hidráulicas Fluviais", São Paulo, 1981.

- [22] GARCEZ, L. N., Elementos de Mecânica dos Fluidos - Hidráulica Geral, São Paulo, Edgar Blücher Editor, Volume 1, 1960.
- [23] GILES, R. V., Mecânica dos Fluidos e Hidráulica, São Paulo, McGraw-Hill do Brasil, 1974.
- [24] HEBLER, M. T. e NEILSON, F. M., "Lock Filling and Emptying - Symmetrical Systems", Miscellaneous Paper H-76-13, U. S. Army Engineer Waterways Experiment Station, Cincinnati, 1976.
- [25] HONSI, A., CANHOLI, A. P., BARROS, A. A. P., ALMEIDA, C. E., BLOTTA, E. V., USSAMI, H. e CORADINI, L., "Problemas Relacionados com as Válvulas dos Sistemas de Enchimento e Esvaziamento de Eclusas de Alta Queda", Anais do XII Congresso Latino-Americano de Hidráulica, 1986.
- [26] HUGHES, W. F., e BRIGHTON, J. A., Dinâmica dos Fluidos, São Paulo, McGraw-Hill do Brasil, 1974.
- [27] IDEL'CIK, I. E., Memento des Pertes de Charge, Collection du Centre de Recherche et d'Essais de Chatou, n<sup>o</sup> 13, Paris, Eyrolles, 1969.
- [28] KOELLE, E., "Transientes Hidráulicos em Condutos Forçados", Curso Intensivo de Transientes Hidráulicos, São Paulo, 1987.

- [29] MATAIX, C., Mecánica de Fluidos y Máquinas Hidráulicas, Madrid, Ediciones del Castillo, 1970.
- [30] OTA, A. Y., "Eclusas", Trabalho Apresentado à FATEC para Obtenção do Título de Tecnólogo em Hidráulica, São Paulo, 1980.
- [31] PARiset, E. e GAGNON, A., "High Lift Lock: Some Hydraulic Problems and Solutions", Proc. Paper 4131, Journal of The Waterways and Harbors Division - ASCE, 1964.
- [32] PICKERING, G. A., "Lock Culvert Valve Loss Coefficients", Technical Report HL-81-10, U. S. Army Engineer Waterways Experiment Station, 1981.
- [33] USSAMI, H., CANHOLI, A. P., e CORADINI, L., "O Emprego de Modelo Reduzido no Projeto de Eclusas de Navegação", Simpósio Luso-Brasileiro sobre Simulação e Modelação em Hidráulica e Recursos Hídricos, ABRH-APRC, Blumenau, 1983.
- [34] WINDSOR, J. S. e VALLEE, H., "Computer Model for a Lock Manifold Systems", Proc. Paper 6553, Journal of The Waterways and Harbors Division, ASCE, 1969.

## APENDICE A

### A ESCOLHA DO MODELO DE SIMULAÇÃO

A equação diferencial que representa o escoamento nos aquedutos de uma eclusa, durante uma operação de enchimento ou esgotamento de sua câmara, como demonstrada no item (III.2.1), é:

$$\ddot{z} + (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_v(t)) \omega^2 A_c \dot{z} |\dot{z}| + \omega^2 (z - z_{ref}) = 0 \quad (A.1)$$

Para solucioná-la, é necessária a utilização de algum método numérico. Primeiramente, a aplicação do método de Runge-Kutta de 4ª ordem pareceu ser a solução mais apropriada [15].

Assim, foi desenvolvido um programa de computador que tinha como entrada uma lei de manobra qualquer, e como saída os valores de posição, velocidade e aceleração do nível d'água na câmara da eclusa. Comparando alguns casos com resultados de modelo reduzido [16] (Eclusa de Tucuruí), verificou-se a validade do modelo matemático.

A utilização do método de otimização escolhido (programação linear seqüencial), com base em um vetor de velocidades do nível d'água, dependia da obtenção de relações de dependência entre as variáveis de posição e aceleração em função daquelas. O método implícito de Adams-Moulton de 2ª ordem ("regra do trapézio") foi eficiente para as relações de posição, porém apresentou resultados ruins para as relações de aceleração.



Como era de se esperar, as aproximações baseadas em integrais são muito mais comportadas do que aquelas baseadas em derivadas. Foram tentados outros métodos para melhorar os valores de aceleração, mas todos apresentaram resultados pouco confiáveis.

Observando mais cuidadosamente a equação (A.1), verificou-se a possibilidade de aplicar a Transformada de Laplace. Antes, modifica-se a equação introduzindo uma função  $\phi(t)$ . Assim, a equação passa a ser:

$$\ddot{z} + \omega^2 z = -\omega^2 \phi(t) + \omega^2 z_{ref} \quad (A.2)$$

$$\text{onde: } \phi(t) = (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_v(t)) \omega^2 A_c |z| | \dot{z} | \quad (A.3)$$

Aplicando-se a transformada de Laplace [17] tem-se:

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} e^{-st} \ddot{z} dt + \int_0^{\infty} e^{-st} \omega^2 z dt &= - \int_0^{\infty} e^{-st} \omega^2 \phi(t) dt + \\ &+ \int_0^{\infty} e^{-st} \omega^2 z_{ref} dt \end{aligned} \quad (A.4)$$

- uma vez que:

$$\int_0^{\infty} e^{-st} \ddot{z} dt = s^2 z^* - s z_0 - \dot{z}_0 \quad (A.5)$$

$$\int_0^{\infty} e^{-st} \omega^2 z dt = \omega^2 z^* \quad (A.6)$$

$$- \int_0^{\infty} e^{-st} \omega^2 \phi(t) dt = -\omega^2 \phi^*(s) \quad (A.7)$$

$$\int_0^{\infty} e^{-st} \omega^2 z_{ref} dt = \frac{\omega^2}{s} z_{ref} \quad (A.8)$$

- a equação passa a ser:

$$z^*(s) = \frac{s}{s^2 + \omega^2} z_0 + \frac{1}{s^2 + \omega^2} \dot{z}_0 + \frac{\omega^2}{(s^2 + \omega^2)s} z_{ref} - \frac{\omega^2}{s^2 + \omega^2} \phi^*(s) \quad (A.9)$$

A transformada inversa fornece a seguinte expressão para a posição do nível d'água na câmara:

$$z(t) = z_0 \cos \omega t + \frac{\dot{z}_0}{\omega} \sin \omega t + z_{ref} (1 - \cos \omega t) - \omega \int_c^t \phi(\xi) \sin \omega(t-\xi) d\xi \quad (A.10)$$

Esta expressão, após expansão e derivação em  $t$ , fornece:

a) posição

$$z = z_{ref} - (z_{ref} - z_0) \cos \omega t + \frac{\dot{z}_0}{\omega} \sin \omega t - \omega \sin \omega t \int_c^t \phi(\xi) \cos \omega \xi d\xi + \omega \cos \omega t \int_c^t \phi(\xi) \sin \omega \xi d\xi \quad (A.11)$$

b) velocidade

$$\dot{z} = \omega (z_{ref} - z_0) \sin \omega t + \dot{z}_0 \cos \omega t - \omega^2 \cos \omega t \int_c^t \phi(\xi) \cos \omega \xi d\xi - \omega^2 \sin \omega t \int_c^t \phi(\xi) \sin \omega \xi d\xi \quad (A.12)$$

c) aceleração

$$\ddot{z} = \omega^2 (z_{ref} - z_0) \cos \omega t - \omega \dot{z}_0 \sin \omega t - \omega^2 \phi(t) + \omega^3 \sin \omega t \int_c^t \phi(\xi) \cos \omega \xi d\xi - \omega^3 \cos \omega t \int_c^t \phi(\xi) \sin \omega \xi d\xi \quad (A.13)$$

Desta forma, as três variáveis dependem de integrais. Os valores dessas integrais têm que ser calculados por alguma aproximação. Como o integrando é um produto de uma função seno ou cosseno por uma função desconhecida, vários tipos de aproximação são possíveis. Foram desenvolvidos três, a saber:

- a) considerando valores pontuais do produto;
- b) integrando a cada intervalo, tomando o valor médio da função  $\phi(t)$  como constante no intervalo e integrando de forma exata a função trigonométrica; e
- c) considerando  $\phi(t)$  linear a cada intervalo e resolvendo as integrais resultantes de forma exata.

As três aproximações, como era de se esperar, apresentaram resultados mais consistentes, principalmente os valores de aceleração. Além disso, tomando as velocidades dos níveis d'água na câmara da eclusa como variáveis independentes, a obtenção das respectivas variáveis de posição e de aceleração respeitará, de maneira bem aproximada e a cada instante, a equação do escoamento.

Restava comparar os valores de posição, velocidade e aceleração do nível d'água da câmara obtidos pela integral de convolução (com as três aproximações) com aqueles considerados como satisfatórios, ou seja, os provenientes do método Runge-Kutta. Observou-se uma correspondência muito grande nas três variáveis, o que veio a confirmar a confiabilidade dos dois métodos.

Com intuito de saber qual dos dois métodos era o mais preciso, resolveu-se testá-los para funções  $\phi(t)$  que possibilitassem calcular de forma exata a integral de convolução, atendendo as condições de contorno, quais sejam: I)  $\phi(0) = (z_{ref} - z_0)$ , perda de carga total do sistema; II)  $\phi(T) = 0$ ; e III)  $\dot{z}_0 = 0$ . Assim, foram desenvolvidas as seguintes funções  $\phi(t)$ :

$$a) \phi(t) = (z_{ref} - z_0) \left[ 1 - \frac{t}{T} \right] \quad (A.14)$$

$$\text{onde: } T = \frac{2\pi}{\omega}$$

- substituindo-se os valores de  $\dot{z}_0$  e  $\phi(t)$  na equação (A.11) obtém-se:

$$z(t) = z_{ref} - (z_{ref} - z_0) \left[ 1 - \frac{t}{T} + \frac{\sin \omega t}{\omega T} \right] \quad (A.15)$$

- derivando:

$$\dot{z}(t) = (z_{ref} - z_0) \frac{1}{T} (1 - \cos \omega t) \quad (A.16)$$

- e derivando novamente:

$$\ddot{z}(t) = (z_{ref} - z_0) \frac{\omega}{T} \sin \omega t \quad (A.17)$$

$$b) \phi(t) = (z_{ref} - z_0) \cos \frac{\omega t}{4} \quad (A.18)$$

$$\text{onde: } T = \frac{2\pi}{\omega}$$

- substituindo-se os valores de  $\dot{z}_0$  e  $\phi(t)$  na equação (A.11) obtém-se:

$$z(t) = z_{ref} - \frac{(z_{ref} - z_0)}{0,9375} \left[ \cos \frac{\omega t}{4} - \frac{1}{16} \cos \omega t \right] \quad (A.19)$$

- derivando:

$$\dot{z}(t) = \frac{(z_{ref} - z_o)}{0,9375} \omega \left[ -\frac{1}{4} \operatorname{sen} \frac{\omega t}{4} - \frac{1}{16} \operatorname{sen} \omega t \right] \quad (A.20)$$

- e derivando novamente:

$$\ddot{z}(t) = \frac{(z_{ref} - z_o)}{0,9375} \omega^2 \frac{1}{16} \left[ \cos \frac{\omega t}{4} - \cos \omega t \right] \quad (A.21)$$

$$c) \phi(t) = (z_{ref} - z_o) \left[ 1 - 2 \frac{t}{T} + \left( \frac{t}{T} \right)^2 \right] \quad (A.22)$$

$$\text{onde: } T = \frac{2\pi}{\omega}$$

- substituindo-se os valores de  $z_o$  e  $\phi(t)$  na equação (A.11) obtém-se:

$$z(t) = z_o + \left[ \frac{2}{T} \left( t - \frac{\operatorname{sen} \omega t}{\omega} \right) - \frac{t^2}{T^2} + \frac{2}{\omega^2 T^2} (1 - \cos \omega t) \right] (z_{ref} - z_o) \quad (A.23)$$

- derivando:

$$\dot{z}(t) = \left[ (1 - \cos \omega t) - \frac{1}{T} + \frac{\operatorname{sen} \omega t}{\omega T} \right] \frac{2}{T} (z_{ref} - z_o) \quad (A.24)$$

- e derivando novamente:

$$\ddot{z}(t) = \left[ \omega \operatorname{sen} \omega t - \frac{1}{T} + \frac{\cos \omega t}{T} \right] \frac{2}{T} (z_{ref} - z_o) \quad (A.25)$$

Nos três casos, verificou-se a maior precisão fornecida pela integral de convolução em relação ao método Runge-Kutta. Em particular, a aproximação que estima a função  $\phi(t)$  em cada intervalo por uma reta foi a de maior precisão. Assim, passou-se a considerar os valores obtidos através da transformada de Laplace (com a estimativa escolhida) mais confiáveis para qualquer função  $\phi(t)$ .

Considerou-se o erro como a raiz quadrada do somatório das diferenças pontuais, em relação ao valor teórico, elevadas ao quadrado, dividido pelo número de pontos considerados (50, nos três casos). Fez-se uma comparação para cada um dos exemplos anteriores:

CASO A	Runge-Kutta	Transformada de Laplace
posição	$3,29 \times 10^{-2}$	0
velocidade	$3,79 \times 10^{-4}$	0
aceleração	$5,37 \times 10^{-6}$	0

Tabela A.1 - Erros dos métodos de simulação (Caso a)

CASO B	Runge-Kutta	Transformada de Laplace
posição	$3,93 \times 10^{-2}$	$3,90 \times 10^{-4}$
velocidade	$3,98 \times 10^{-4}$	$3,74 \times 10^{-6}$
aceleração	$6,43 \times 10^{-6}$	$6,00 \times 10^{-8}$

Tabela A.2 - Erros dos métodos de simulação (Caso b)

CASO C	Runge-Kutta	Transformada de Laplace
posição	$3,87 \times 10^{-2}$	$3,47 \times 10^{-4}$
velocidade	$1,95 \times 10^{-3}$	$1,92 \times 10^{-3}$
aceleração	$2,52 \times 10^{-5}$	$2,45 \times 10^{-5}$

Tabela A.3 - Erros dos métodos de simulação (Caso c)

Deve-se ainda salientar que este método apresenta outras vantagens, tais como:

i) a velocidade inicial da posição do nível d'água da eclusa pode assumir qualquer valor, inclusive pode ser ser nula (com o método Runge-Kutta, há uma divergência para  $\dot{z}_0 = 0$ ); e

ii) os valores obtidos são menos sensíveis aos intervalos de discretização, permitindo sua aplicação, de forma bastante simples, mesmo a intervalos de tempo diferentes.

A última observação é de suma importância, na medida em que, na prática, os valores de  $\phi(t)$  decrescem muito rapidamente no início da abertura das comportas. Assim, é possível modelar uma operação com intervalos menores na etapa mais crítica (no início) e maiores nas etapas menos críticas.

O método numérico da dupla varredura ("double-sweep"), conhecido como muito preciso na prática de análise de fenômenos hidráulicos em Eclusas [3 - 12 - 13 - 18] foi utilizado para uma comparação com os resultados obtidos pela Transformada de Laplace.

A coincidência de resultados foi excelente. Tendo em vista os objetivos do modelo de simulação, no contexto deste trabalho, resulta muito mais prática a formulação usando a Transformada de Laplace.

## APENDICE B

### MODELO ADIMENSIONAL

Para desenvolver o modelo adimensional, é necessário definir algumas variáveis adimensionais, como mostrado a seguir:

$$i) \quad x = \frac{z - z_{ref}}{h_o} \quad (B.1)$$

onde:  $x \Rightarrow$  variável adimensional de posição

$$z_{ref} = \begin{cases} z_{res} & (\text{caso do enchimento}) \\ z_{jus} & (\text{caso do esgotamento}) \end{cases}$$

$$h_o = z_{ref} - z_o$$

$$ii) \quad A_r = \frac{A}{A_{vt}} \quad (B.2)$$

onde:  $A_r \Rightarrow$  variável adimensional de área (igual a abertura relativa sob a comporta)

$$e \quad iii) \quad \tau = \omega t \quad (B.3)$$

onde:  $\tau \Rightarrow$  variável adimensional de tempo



A partir daí, o desenvolvimento do modelo adimensional consistirá apenas na substituição das variáveis dimensionais, por suas equivalentes adimensionais, nas relações que definem o modelo. Além disso, precisam ser definidas novas condições de contorno.

$$\text{Como } \tau = \omega t, \quad \frac{d}{d\tau} = \frac{1}{\omega} \frac{d}{dt} \quad \text{e} \quad \frac{d^2}{d\tau^2} = \frac{1}{\omega^2} \frac{d^2}{dt^2}$$

portanto:

$$\dot{x} = \omega \bar{x} = \frac{\dot{z}}{h_0} \quad (B.4)$$

$$\text{e} \quad \ddot{x} = \omega^2 \bar{x} = \frac{\ddot{z}}{h_0} \quad (B.5)$$

$$\text{onde: } \dot{x} = \frac{dx}{d\tau} \quad (B.6)$$

$$\bar{x} = \frac{dx}{d\tau} \quad (B.7)$$

$$\ddot{x} = \frac{d^2 x}{d\tau^2} \quad (B.8)$$

$$\bar{x} = \frac{d^2 x}{d\tau^2} \quad (B.9)$$

Na função objetivo, a substituição das variáveis não provocará nenhuma modificação estrutural, visto que continuará como um somatório de variáveis, multiplicadas pelos respectivos coeficientes. Já as restrições, com a substituição, são ligeiramente alteradas, como mostrado a seguir:

a) equação do escoamento (equação de velocidade)

- a equação do escoamento adimensional (ver equação (III.18)) vale:

$$\ddot{z} + \left[ \frac{K_1}{2 g A_1^2} + \frac{K_2}{2 g A_2^2} + \frac{K_V}{2 g A_1^2} \right] \omega^2 A_c^2 \dot{z} |\dot{z}| + \omega^2 (z - z_{res}) = 0$$

- substituindo as equações (B.1), (B.4) e (B.5) na equação acima obtém-se:

$$\omega^2 h_0 \bar{x} + \left[ \frac{K_1}{A_1^2} + \frac{K_2}{A_2^2} + \frac{K_V}{A_1^2} \right] \omega^2 \frac{A_c^2}{2g} \omega h_0 \bar{x} |\omega h_0 \bar{x}| + \omega^2 h_0 x = 0 \quad (B.10)$$

- dividindo por  $\omega^2 h_0$ , a expressão resultante passa a ter todos os termos adimensionais:

$$\bar{x} + \left[ \frac{K_1}{A_1^2} + \frac{K_2}{A_2^2} + \frac{K_V}{A_1^2} \right] \omega^2 \frac{A_c^2}{2g} \bar{x} |h_0 \bar{x}| + x = 0 \quad (B.11)$$

- no enchimento  $h_0 > 0$ , portanto:

$$\bar{x} + \left[ \frac{K_1}{A_1^2} + \frac{K_2}{A_2^2} + \frac{K_V}{A_1^2} \right] \omega^2 \frac{A_c^2}{2g} h_0 \bar{x} |\bar{x}| + x = 0 \quad (B.12)$$

$$\text{- fazendo } \phi_a = \left[ \frac{K_1}{A_1^2} + \frac{K_2}{A_2^2} + \frac{K_V}{A_1^2} \right] \omega^2 \frac{A_c^2}{2g} h_0 \bar{x} |\bar{x}| = \alpha_a \bar{x} |\bar{x}| \quad (B.13)$$

e substituindo na equação anterior obtém-se:

$$\bar{x} + x = -\phi_a(\tau) \quad (B.14)$$

- aplicando a transformada de Laplace, são obtidas as seguintes relações para as variáveis adimensionais:

$$x(\tau) = -\cos\tau + \bar{x}_0 \sin\tau - \sin\tau \int_0^\tau \phi_a(\eta) \cos\eta \, d\eta + \\ + \cos\tau \int_0^\tau \phi_a(\eta) \sin\eta \, d\eta \quad (B.15)$$

$$\bar{x}(\tau) = \sin\tau + \bar{x}_0 \cos\tau - \cos\tau \int_0^\tau \phi_a(\eta) \cos\eta \, d\eta - \\ - \sin\tau \int_0^\tau \phi_a(\eta) \sin\eta \, d\eta \quad (B.16)$$

$$\begin{aligned}\bar{x}(\tau) = \cos\tau + \bar{x}_0 \sin\tau - \phi_a(\tau) + \sin\tau \int_0^\tau \phi_a(\eta) \cos\eta \, d\eta - \\ - \cos\tau \int_0^\tau \phi_a(\eta) \sin\eta \, d\eta\end{aligned}\quad (\text{B.17})$$

- como no modelo dimensional, a expressão da velocidade adimensional, depois de discretizada, é linearizada. Seguindo a metodologia do modelo dimensional obtém-se:

$$\begin{aligned}\bar{x}_i^0 + \Delta\bar{x}_i = \sin\tau + \bar{x}_0 \cos\tau + \sum_{j=1}^i \left[ \left( \alpha_{a,j-1}^0 \bar{x}_{j-1}^0 + \right. \right. \\ \left. \left. + 2 \alpha_{a,j-1}^0 \bar{x}_{j-1}^0 \Delta\bar{x}_{j-1} + \frac{A_c^2 \omega^2 h_0}{2 g A_1^2} \frac{dK_v}{dA_{r,j-1}} \bar{x}_{j-1}^0 \Delta A_{r,j-1} \right) \frac{1}{\omega} EQ_{lj} - \right. \\ \left. - \left[ \alpha_{a,j}^0 \bar{x}_j^0 + 2 \alpha_{a,j}^0 \bar{x}_j^0 \Delta\bar{x}_j + \frac{A_c^2 \omega^2 h_0}{2 g A_1^2} \frac{dK_v}{dA_{r,j}} \bar{x}_j^0 \Delta A_{r,j} \right] \frac{1}{\omega} EQ_{lj} \right]\end{aligned}\quad (\text{B.18})$$

b) condição de cavitação

- repetindo a inequação (IV.50):

$$\begin{aligned}- \frac{z_i}{\omega_1^2} - \left[ K_1 + \left( 1 + \sigma_{crit,i} \right) \frac{A_1^2}{c_{c,i}^2 A_i^2} \right] \frac{A_c^2}{2 g A_1^2} z_i^2 - \frac{c_{c,i} A_i}{B_v} \geq \\ \geq z_v - z_{ref} - \frac{p_{atm}}{\gamma} - \frac{p_v}{\gamma}\end{aligned}$$

- substituindo as equações (B.2), (B.4) e (B.5) na inequação anterior obtém-se:

$$\begin{aligned}
 & - \frac{\omega^2}{\omega_1^2} h_o^2 \bar{x}_i - \left[ K_1 + \left( 1 + \sigma_{crit_i} \right) \frac{A_1^2}{c_{c_i}^2 A_{vT}^2 A_{ri}^2} \right] \frac{A_c^2}{2 g A_1^2} \omega^2 h_o^2 \bar{x}_i^2 - \\
 & - \frac{c_{c_i}}{B_v} A_{vT} A_{ri} \geq z_v - z_{ref} - \frac{p_{atm}}{\gamma} - \frac{p_v}{\gamma} \quad (B.19)
 \end{aligned}$$

- no caso do enchimento, como  $h_o > 0$ , pode-se dividir a expressão por  $h_o$ , sem alterar a inequação (neste caso  $z_{ref} = z_{res}$ ), para obter uma expressão adimensionalizada:

$$\begin{aligned}
 & - \frac{\omega^2}{\omega_1^2} \bar{x}_i - \left[ K_1 + \left( 1 + \sigma_{crit_i} \right) \frac{A_1^2}{c_{c_i}^2 A_{vT}^2 A_{ri}^2} \right] \frac{A_c^2}{2 g A_1^2} \omega^2 h_o \bar{x}_i^2 - \\
 & - \frac{c_{c_i} A_{vT}}{B_v h_o} A_{ri} \geq \frac{1}{h_c} \left[ z_v - z_{ref} - \frac{p_{atm}}{\gamma} - \frac{p_v}{\gamma} \right] \quad (B.20)
 \end{aligned}$$

- substituindo a equação (B.17), discretizando os termos dependentes de  $\tau$  e linearizando, obtém-se:

$$\begin{aligned}
 & - \frac{\omega^2}{\omega_1^2} - \left[ \alpha_{a_i}^o \bar{x}_i^2 + 2 \alpha_{a_i}^o \bar{x}_i \Delta \bar{x}_i + \frac{A_c^2 \omega^2 h_o}{2 g A_1^2} \frac{dK_v}{dA_{ri}} \bar{x}_i^2 \Delta A_{ri} \right] - \\
 & - \frac{\omega^2}{\omega_1^2} \sum \left[ \left[ \alpha_{a_{j-1}}^o \bar{x}_{j-1}^2 + 2 \alpha_{a_{j-1}}^o \bar{x}_{j-1} \Delta \bar{x}_{j-1} + \right. \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{A_c^2 \omega^2 h_0}{2 g A_1^2} \frac{dK_v}{dA_{r_{j-1}}} \frac{\bar{c}^2}{x_{j-1}} \Delta A_{r_{j-1}} \left. U1_{ij} - \left[ \alpha_{aj}^0 \frac{\bar{c}^2}{x_j} + 2 \alpha_{aj}^0 \frac{\bar{c}}{x_j} \Delta \bar{x}_j + \right. \right. \\
& + \left. \frac{A_c^2 \omega^2 h_0}{2 g A_1^2} \frac{dK_v}{dA_{r_j}} \frac{\bar{c}^2}{x_j} \Delta A_{r_j} \right] U0_{ij} \left. + \beta_{ai}^0 \frac{\bar{c}^2}{x_i} + 2 \beta_{ai}^0 \frac{\bar{c}}{x_i} \Delta \bar{x}_i + \right. \\
& + \frac{A_c^2 \omega^2 h_0}{2 g c_{ci}^2 A_{VT}^2 A_{ri}^2} \left\{ \frac{d\sigma_{crit}}{dA_{ri}} - 2 \left( 1 + \sigma_{crit_i}^0 \right) \left[ \frac{1}{c_{ci}^0} \frac{dc_c}{dA_{ri}} - \right. \right. \\
& \left. \left. - 1 \right] \right\} \frac{\bar{c}^2}{x_i} \Delta A_{ri} + \frac{c_{ci}^0 A_{VT}}{B_v h_0} A_{ri}^0 + \frac{c_{ci}^0 A_{VT}}{B_v h_0} \Delta A_{ri} + \frac{A_i^c}{B_v h_0} \frac{dc_c}{dA_{ri}} \Delta A_{ri} \leq \\
& \leq - \frac{\omega^2}{\omega_1^2} \cos \tau_i + \frac{\omega^2}{\omega_1^2} \bar{x}_0 \sin \tau_i - \frac{1}{h_0} \left( z_v - z_{ref} - \frac{p_{atm}}{\gamma} - \frac{p_v}{\gamma} \right)
\end{aligned}
\tag{B.21}$$

$$\text{onde: } \beta_{ai} = \left[ K_1 + \left( 1 + \sigma_{crit_i}^0 \right) \left( \frac{A_1}{c_{ci}^0 A_{VT} A_{ri}^0} \right)^2 \right] \frac{A_c^2}{2 g A_1^2} \omega^2 h_0
\tag{B.22}$$

c) abertura e fechamento das comportas

- as inequações que limitam a velocidade de movimentação das comportas, já de forma discretizada, são (repetindo inequações (IV.91) e (IV.92)):

$$A_i - A_{i-1} \leq v_{max} (t_i - t_{i-1}) \quad (\text{abertura})$$

$$A_i - A_{i-1} \geq -v_{max} (t_i - t_{i-1}) \quad (\text{fechamento})$$

- a variável adimensional de área é  $A_r = \frac{A}{A_{VT}}$ . Assim, substituindo este valor nas expressões acima, as seguintes restrições lineares são obtidas:

$$A_{r_i} - A_{r_{i-1}} \leq \frac{v_{máx}}{A_{VT} \omega} (\tau_i - \tau_{i-1}) \quad (B.23)$$

$$A_{r_i} - A_{r_{i-1}} \geq - \frac{v_{máx}}{A_{VT} \omega} (\tau_i - \tau_{i-1}) \quad (B.24)$$

d) limite das variáveis de abertura relativa ( $A_r$ )

$$A_{r_i} \leq 1 \quad (B.25)$$

e) limite das variáveis dimensionais de velocidade

$$\bar{x} \leq \frac{z_{máx}}{\omega h_o} \quad (B.26)$$

f) pressão mínima no teto do aqueduto, imediatamente a jusante da comporta

- a pressão mínima no teto do aqueduto, imediatamente a jusante da comporta é obtida da equação (ver equação (IV.84)):

$$\frac{p_r}{\gamma} = z_{res} - z_v - \left[ K_1 + \frac{A_1^2}{C_c^2 A^2} \right] \frac{A_c^2}{2 g A_1^2} \cdot z^2 - \frac{z}{\omega_1^2} - D_2$$

- substituindo as equações (B.2), (B.4) e (B.5), obtém-se:

$$\frac{p_r}{\gamma} = z_{res} - z_v - \left[ K_1 + \frac{A_1^2}{C_c^2 A_{VT}^2 A_r^2} \right] \frac{A_c^2}{2 g A_1^2} \omega^2 h_o^2 \bar{x}^2 - \frac{\omega^2}{\omega_1^2} h_o^2 \bar{x} - D_2 \quad (B.27)$$

- dividindo por  $h_0$ , obtém-se a expressão adimensionalizada:

$$\frac{p_r}{\gamma h_0} = \frac{z_{res} - z_v}{h_0} - \left[ K_1 + \frac{A_1^2}{c_c^2 A_{VT}^2 A_r^2} \right] \frac{A_c^2}{2 g A_1^2} \omega^2 h_0 \bar{x}^2 - \frac{\omega^2}{\omega_1^2} \bar{x} - \frac{D_z}{h_0} \quad (B.28)$$

- discretizando os termos dependentes de  $\tau$  e linearizando, a seguinte expressão é obtida:

$$\begin{aligned} \left( \frac{p_{r_i}}{\gamma h_0} \right)^0 + \Delta \left( \frac{p_{r_i}}{\gamma h_0} \right) &= \frac{z_{res} - z_v}{h_0} - \left[ K_1 + \left( \frac{A_1}{c_c^0 A_{VT}^0 A_{r_i}^0} \right)^2 \right] \frac{A_c^2}{2 g A_1^2} \omega^2 h_0 \bar{x}_i^2 - \\ &- K_1 \frac{A_c^2}{g A_1^2} \omega^2 h_0 \bar{x}_i^c \Delta \bar{x}_i - \frac{A_c^2}{g} \omega^2 h_0 \left[ \frac{\bar{x}_i^c}{c_{c_i}^0} \left( \frac{1}{c_{c_i}^0 A_{VT}^0 A_{r_i}^0} \right)^2 \Delta \bar{x}_i - \right. \\ &- \left. \frac{\bar{x}_i^0}{A_{VT}^2} \left( \frac{1}{c_{c_i}^0 A_{r_i}^0} \right)^2 \left[ A_{r_i} \frac{dc_c}{dA_{r_i}} + c_{c_i}^0 \right] \Delta A_{r_i} \right] - \frac{\omega^2}{\omega_1^2} \cos \tau_i + \\ &+ \frac{\omega^2}{\omega_1^2} \bar{x}_0 \sin \tau_i + \frac{\omega^2}{\omega_1^2} \alpha_{a_i}^0 \bar{x}_i^2 + \frac{\omega^2}{\omega_1^2} \sum_{j=1}^i \left[ \phi_j^c \cos (\tau_i - \tau_j) + \right. \\ &+ \left. \phi_{j-1}^c \cos (\tau_i - \tau_{j-1}) - \frac{(\phi_j - \phi_{j-1})}{\tau_j - \tau_{j-1}} \left( \sin (\tau_i - \tau_j) - \right. \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\sin(\tau_i - \tau_{j-1}) \Big] + \frac{\omega^2}{\omega_1^2} - \left[ 2 \alpha_{\alpha_i}^0 \bar{x}_i^c \Delta \bar{x}_i + \frac{A_c^2 \omega^2 h_0}{2 g A_1^2} \frac{dK_v}{dA_{r_i}} \bar{x}_i^c \Delta A_{r_i} \right] + \\
& - \frac{\omega^2}{\omega_1^2} \sum_{j=1}^l \left[ \left( 2 \alpha_{\alpha_{j-1}}^0 \bar{x}_{j-1}^c \Delta \bar{x}_{j-1} + \right. \right. \\
& + \frac{A_c^2 \omega^2 h_0}{2 g A_1^2} \frac{dK_v}{dA_{r_{j-1}}} \bar{x}_{j-1}^c \Delta A_{r_{j-1}} \Big) U1_{ij} - \left( 2 \alpha_{\alpha_j}^0 \bar{x}_j^c \Delta \bar{x}_j + \right. \\
& + \frac{A_c^2 \omega^2 h_0}{2 g A_1^2} \frac{dK_v}{dA_{r_j}} \bar{x}_j^c \Delta A_{r_j} \Big) U0_{ij} \Big] - \frac{D_z}{h_0} \quad (B.29)
\end{aligned}$$

Esta linearização, como visto no item (IV.4), possibilita a linearização das quatro restrições, caso mais conservador, ou duas, caso mais simples, relativas ao atendimento do critério de cavitação, conforme o valor da pressão mínima no teto do aqueduto a jusante da comporta.

No modelo dimensional, os valores das variáveis de velocidade ( $\bar{z}$ ) e de área ( $A$ ) podiam ser de ordens de grandeza bem diferentes. Enquanto a velocidade chega a um valor máximo da ordem de  $10^{-1}$  m/s, a área sob a comporta fica em torno de  $10^1$  m<sup>2</sup>. No modelo adimensionalizado, tal discrepância não ocorre, pois os valores são da mesma ordem de grandeza.



Esperava-se que este fato, entre outras vantagens, permitisse uma linearização mais precisa. Foi feita uma comparação dos resultados fornecidos pelo modelo adimensional e dimensional (depois de converter as variáveis). A diferença nos valores finais, considerada insignificante para determinar mudança nas leis de manobra (os valores de área diferem no máximo em  $10^{-3} \text{ m}^2$ ), pode ser atribuída às aproximações computacionais.

O ideal seria o desenvolvimento de um modelo adimensional para permitir a elaboração de um ábaco que fornecesse, por exemplo, o tempo mínimo de operação para situações específicas de cada eclusa. A obtenção da lei de manobra ótima ficaria dependente apenas de alguns parâmetros adimensionais.

Um parâmetro relacionando variáveis geométricas é facilmente obtido. A grande dificuldade está no termo de perda de carga, face à impossibilidade de equacionar, de forma simples, os coeficientes de perda de carga da comporta e as aberturas destas.

Ainda que o ábaco não tenha sido obtido, o modelo adimensional pode ser de grande utilidade para comparar resultados de eclusas diferentes. Nas figuras (B.1.a) a (B.1.e) são apresentadas as leis ótimas adimensionais para os desníveis iniciais de 24,08m e 28,40m. O modelo de simulação adimensional também pode ser utilizado para análises em modelos físicos em escala reduzida.

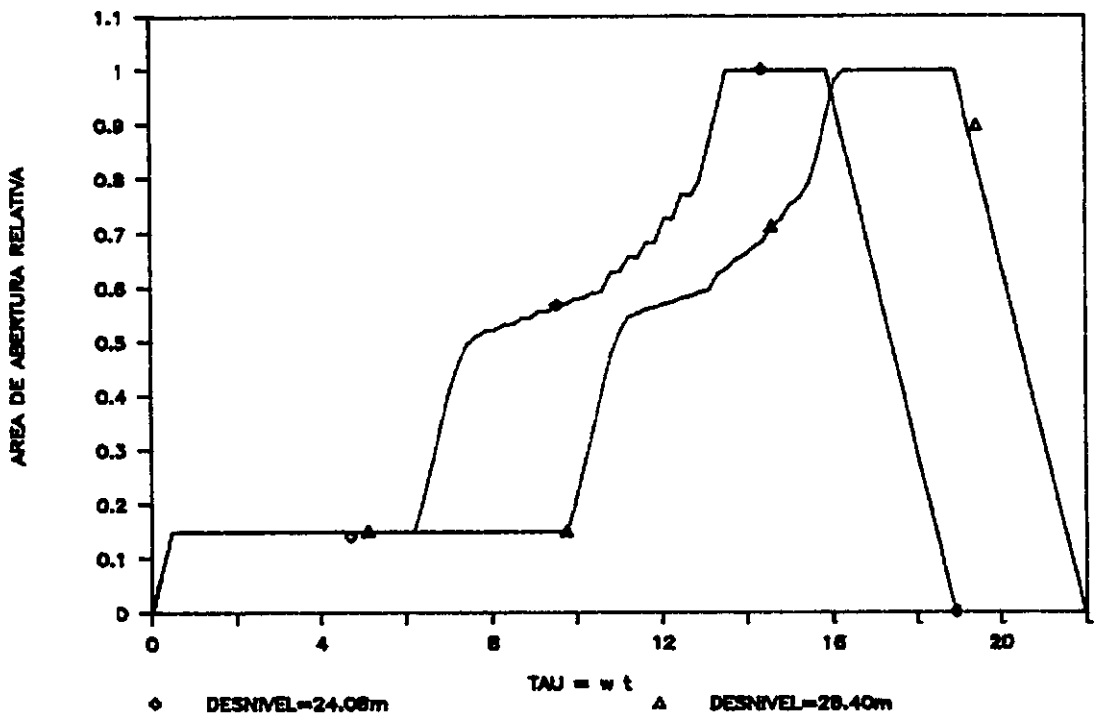


FIG.B.1.a - Leis de Manobra Adimensionais  
(área sob a comporta)

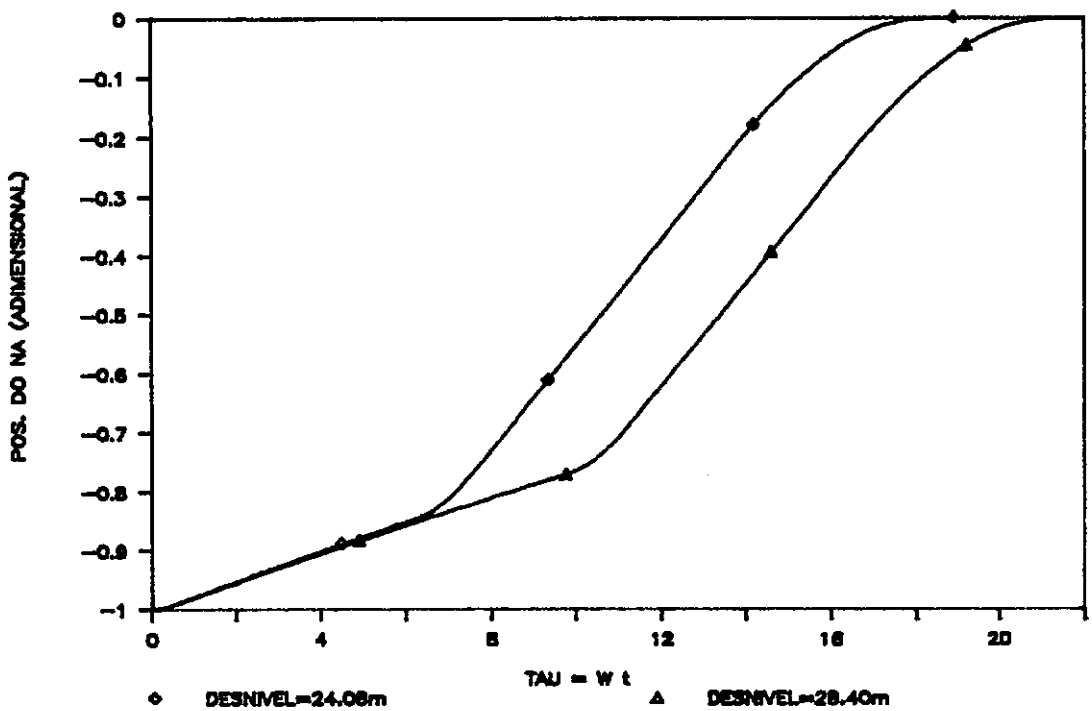


FIG.B.1.b - Leis de Manobra Adimensionais  
(posição do nível d'água)

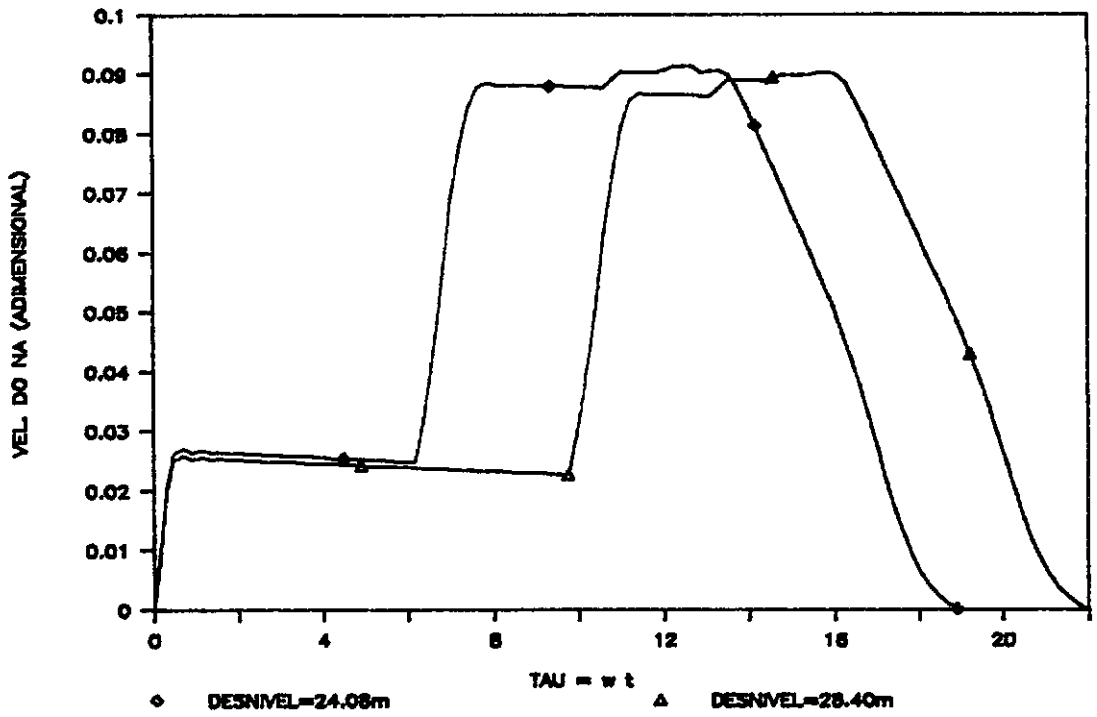


FIG.B.1.c - Leis de Manobra Adimensionais  
(velocidade do nível d'água)

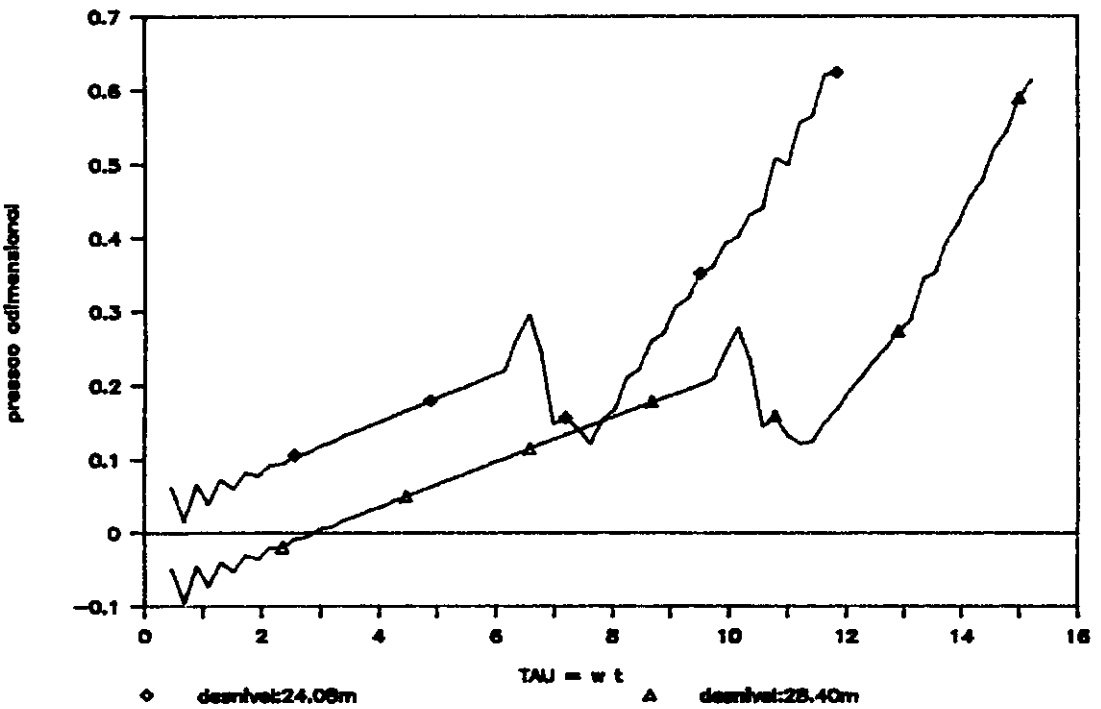


FIG.B.1.d - leis de Manobra Adimensionais  
( $p_r$ )

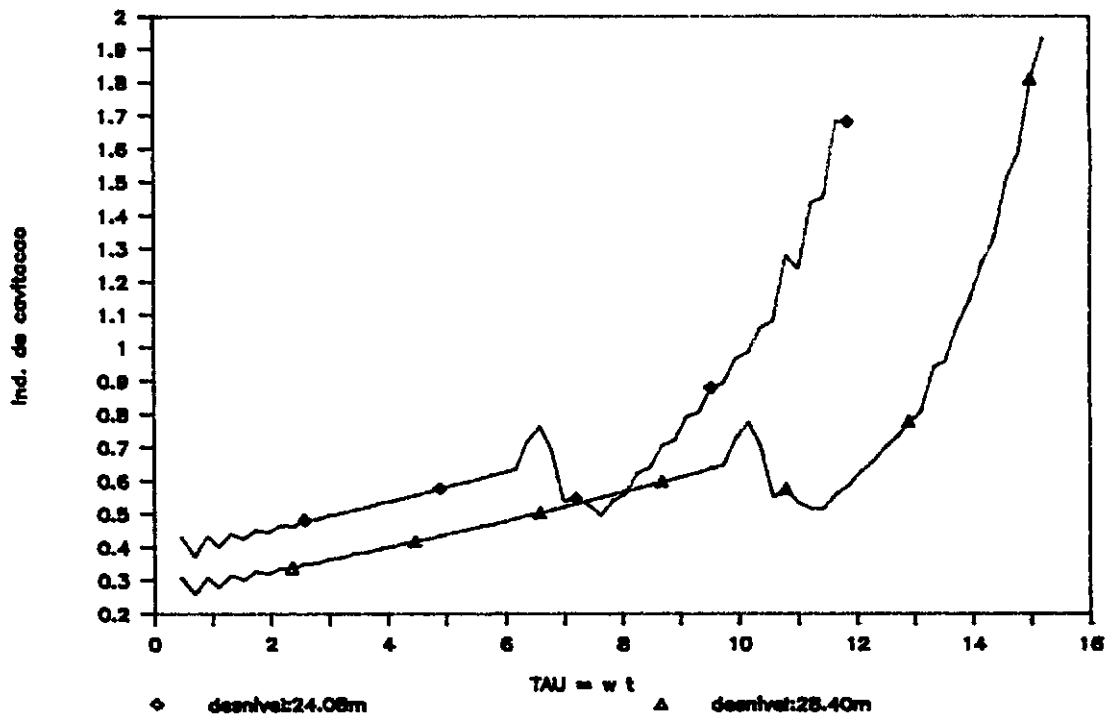


FIG.B.1.e - Leis de Manobra Adimensionais  
(índice de cavitação)